

Inhaltsverzeichnis

1	Mengen.	1
1.1	Die Rolle von Axiomen und Sätzen.	2
1.2	Element- und Teilmengenbeziehung	3
1.3	Aufzählprinzipien	6
1.4	Aussonderungsprinzipien.	9
1.5	Mächtige Mengen	16
1.6	Produkte und Summen von Mengen	18
1.7	Fundierungsprinzip	22
1.8	Transitive Mengen	23
	Literatur	24
2	Relationen und Abbildungen	27
2.1	Relationen	27
2.2	Abbildungen.	31
2.3	Injektive und surjektive Abbildungen	37
2.4	Bijektive Abbildungen	46
2.5	Äquivalenzrelationen	52
2.6	Abbildungsmengen	59
2.7	Universelle Abbildungsprobleme.	62
3	Ordnungsstrukturen.	69
3.1	Geordnete Mengen.	69
3.2	Monotone Abbildungen	72
3.3	Vollständig geordnete Mengen	75
3.4	Wohlgeordnete Mengen	80
3.5	Ordinalzahlen.	82
3.6	Ordinalzahlarithmetik	88
3.7	Unendlichkeit.	91
3.8	Dedekind-Endlichkeit	96
3.9	Endlichkeit.	98
3.10	Kardinalzahlen.	103
	Literatur	111

4	Arithmetik	113
4.1	Natürliche Zahlen	113
4.2	Die Addition	115
4.3	Die Multiplikation	120
4.4	Die Exponentialrechnung	124
4.5	Primitive Rekursion	127
5	Kombinatorik	133
5.1	Permutationen	133
5.2	Kombinationen	137
5.3	Partitionen	143
	Weiterführende Literatur	146
6	Verbandsstrukturen	147
6.1	Verbände	147
6.2	Verbandshomomorphismen	151
6.3	Vollständige Verbände	161
6.4	Distributive Verbände	163
6.5	Heyting-Algebren	166
6.6	Boolesche Algebren	171
	Literatur	177
7	Gruppen	179
7.1	Halbgruppen und Gruppen	179
7.2	Normalteiler und Faktorgruppen	189
7.3	Homomorphismen	193
7.4	Die ganzen Zahlen	203
7.5	Auflösbare Gruppen	207
	Literatur	209
8	Ringe und Körper	211
8.1	Ringe und Ideale	211
8.2	Ringhomomorphismen	219
8.3	Körper	224
8.4	Die rationalen Zahlen	230
8.5	Faktorielle Ringe	235
8.6	Aspekte der Elementaren Zahlentheorie	242
8.7	Ausflug in die Kryptographie	248
8.8	Polynomringe	249
8.9	Interpolation durch Polynome	259
8.10	Zahldarstellungen	260
	Literatur	262
9	Moduln	263
9.1	Moduln	263
9.2	Homomorphismen	268
9.3	Lineare Hüllen und freie Moduln	283

9.4	Matrizen	293
9.5	Zusammenhang zwischen Homomorphismen und Matrizen	297
9.6	Projektive und injektive Moduln	301
9.7	Duale Moduln	305
10	Körpererweiterungen	311
10.1	Einfache Körpererweiterungen	311
10.2	Algebraischer Abschluss	318
10.3	Zerfällungskörper	323
10.4	Ausblick auf weitere wichtige Ergebnisse der Körpertheorie	328
	Literatur	330
11	Vektorräume	333
11.1	Vektorräume	333
11.2	Lineare Gleichungssysteme	342
	Literatur	349
12	Topologische Strukturen	351
12.1	Folgen rationaler Zahlen und Konvergenz	351
12.2	Die reellen Zahlen	361
12.3	Die komplexen Zahlen	370
12.4	Stetige Funktionen in $\mathbb{R}$	374
12.5	Metrische Räume	380
12.6	Topologische Räume	381
12.7	Stetige Abbildungen	386
	Literatur	389
13	Kategorien	391
13.1	Kategorien	391
13.2	Universelle Probleme	401
13.3	Funktoren	404
	Literatur	412
	Literatur	413
	Stichwortverzeichnis	415