
Algorithmische Graphentheorie

von
Volker Turau

2., überarbeitete Auflage

Oldenbourg Verlag München Wien

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Verletzlichkeit von Kommunikationsnetzen	1
1.2	Wegplanung für Roboter	3
1.3	Optimale Umrüstzeiten für Fertigungszellen	5
1.4	Objektorientierte Programmiersprachen	6
1.5	Suchmaschinen	10
1.6	Literatur	13
1.7	Aufgaben	13
2	Einführung	17
2.1	Grundlegende Definitionen	17
2.2	Spezielle Graphen	21
2.3	Graphalgorithmen	24
2.4	Datenstrukturen für Graphen	24
2.4.1	Adjazenzmatrix	25
2.4.2	Adjazenzliste	26
2.4.3	Kantenliste	27
2.4.4	Bewertete Graphen	28
2.4.5	Implizite Darstellung	28
2.5	Darstellung der Algorithmen	29
2.6	Der transitive Abschluß eines Graphen	30
2.7	Vergleichskriterien für Algorithmen	35
2.8	Greedy-Algorithmen	40
2.9	Zufällige Graphen	44
2.10	Literatur	45
2.11	Aufgaben	45

3	Bäume	51
3.1	Einführung	51
3.2	Anwendungen	54
3.2.1	Hierarchische Dateisysteme	54
3.2.2	Ableitungsbäume	54
3.2.3	Suchbäume	55
3.2.4	Datenkompression	59
3.3	Datenstrukturen für Bäume	64
3.3.1	Darstellung mit Feldern	64
3.3.2	Darstellung mit Adjazenzlisten	65
3.4	Sortieren mit Bäumen	67
3.5	Vorrang-Warteschlangen	71
3.6	Minimal aufspannende Bäume	74
3.6.1	Der Algorithmus von Kruskal	75
3.6.2	Der Algorithmus von Prim	80
3.7	Literatur	82
3.8	Aufgaben	82
4	Suchverfahren in Graphen	87
4.1	Einleitung	88
4.2	Tiefensuche	88
4.3	Anwendung der Tiefensuche auf gerichtete Graphen	92
4.4	Kreisfreie Graphen und topologische Sortierung	94
4.4.1	Rekursion in Programmiersprachen	95
4.4.2	Topologische Sortierung	96
4.5	Starke Zusammenhangskomponenten	98
4.6	Transitiver Abschluß und transitive Reduktion	103
4.7	Anwendung der Tiefensuche auf ungerichtete Graphen	106
4.8	Anwendung der Tiefensuche in der Bildverarbeitung	108
4.9	Blöcke eines ungerichteten Graphen	110
4.10	Breitensuche	116
4.11	Beschränkte Tiefensuche	121
4.12	Literatur	124
4.13	Aufgaben	124

5	Färbung von Graphen	131
5.1	Einführung	131
5.2	Anwendungen von Färbungen	138
5.2.1	Maschinenbelegungen	138
5.2.2	Registerzuordnung in Compilern	139
5.2.3	Public-Key Kryptosysteme	140
5.3	Backtracking-Verfahren	141
5.4	Das Vier-Farben-Problem	145
5.5	Transitiv orientierbare Graphen	148
5.6	Literatur	156
5.7	Aufgaben	157
6	Flüsse in Netzwerken	165
6.1	Einleitung	165
6.2	Der Satz von Ford und Fulkerson	170
6.3	Bestimmung von Erweiterungswegen	172
6.4	Der Algorithmus von Dinic	181
6.5	0-1-Netzwerke	190
6.6	Kostenminimale Flüsse	194
6.7	Literatur	196
6.8	Aufgaben	197
7	Anwendungen von Netzwerkalgorithmen	203
7.1	Maximale Zuordnungen	203
7.2	Netzwerke mit oberen und unteren Kapazitäten	209
7.3	Eckenzusammenhang in ungerichteten Graphen	214
7.4	Kantenzusammenhang in ungerichteten Graphen	222
7.5	Minimale Schnitte	225
7.6	Literatur	233
7.7	Aufgaben	234
8	Kürzeste Wege	241
8.1	Einleitung	241
8.2	Das Optimalitätsprinzip	244

8.3	Der Algorithmus von Moore und Ford	248
8.4	Anwendungen auf spezielle Graphen	252
8.4.1	Graphen mit konstanter Kantenbewertung	252
8.4.2	Graphen ohne geschlossene Wege	252
8.4.3	Graphen mit nichtnegativen Kantenbewertungen	253
8.5	Routingverfahren in Kommunikationsnetzen	256
8.6	Kürzeste-Wege-Probleme in der künstlichen Intelligenz	258
8.6.1	Der iterative A^* -Algorithmus	264
8.6.2	Umkreissuche	267
8.7	Kürzeste Wege zwischen allen Paaren von Ecken	271
8.8	Der Algorithmus von Floyd	278
8.9	Steiner Bäume	278
8.10	Literatur	282
8.11	Aufgaben	282
9	Approximative Algorithmen	289
9.1	Die Komplexitätsklassen \mathcal{P} , \mathcal{NP} und \mathcal{NPC}	290
9.2	Einführung in approximative Algorithmen	295
9.3	Absolute Qualitätsgarantien	297
9.4	Relative Qualitätsgarantien	299
9.5	Approximative Färbungsalgorithmen	305
9.6	Das Problem des Handlungsreisenden	315
9.7	Literatur	325
9.8	Aufgaben	326
A	Angaben zu den Graphen an den Kapitelanfängen	337
B	Lösungen der Übungsaufgaben	341
B.1	Kapitel 1	341
B.2	Kapitel 2	342
B.3	Kapitel 3	349
B.4	Kapitel 4	357
B.5	Kapitel 5	365
B.6	Kapitel 6	372
B.7	Kapitel 7	380

Inhaltsverzeichnis

XIII

B.8 Kapitel 8 389

B.9 Kapitel 9 398

Literaturverzeichnis

415

Index

423