

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Grundanliegen der Statistik	1
1.2	Die Relativität statistischer Aussagen	3
1.3	Zur Anwendung der Statistik in der Psychologie	3
1.3.1	Forderungen an empirische Daten	3
1.3.2	Vorteile und Grenzen beim Einsatz der Statistik	4
<b>2</b>	<b>Deskriptive Statistik</b>	<b>6</b>
2.1	Arten der Daten	7
2.1.1	Das Messen	7
2.1.2	Klassifikation der Skalen	8
2.1.2.1	Nominalskalen	8
2.1.2.2	Ordinalskalen	9
2.1.2.3	Intervallskalen	10
2.1.2.4	Absolut- oder Verhältnisskalen	11
2.1.3	Informationsgehalt von Daten	12
2.1.4	Genauigkeit der Datenerhebung	12
2.2	Monovariable Verteilung	13
2.2.1	Darstellung monovariabler Verteilungen	13
2.2.1.1	Grafische Darstellung bei Nominal- und Ordinalskalen	16
2.2.1.2	Grafische Darstellung metrischer Daten	20
2.2.1.3	Gruppierung metrischer Daten	24
2.2.2	Kennwerte monovariabler Verteilungen	27
2.2.2.1	Mittelwerte	27
2.2.2.2	Streuwerte	37
2.3	Bivariate Verteilungen	54
2.3.1	Grafische Darstellungen bivariabler Verteilungen	54
2.3.2	Zusammenhangsmaße bei bivariablen Verteilungen	57
2.3.2.1	Abhängigkeitsmaße bei alternativen Daten (Phi-, Phi <sub>COLE</sub> - und Q-Koeffizient)	60
2.3.2.2	Kategoriale Daten (Kontingenzkoeffizienten $C$ und $K$ )	63
2.3.2.3	Metrische Daten (Maßkorrelationskoeffizient oder auch Produkt-Moment-Korrelationskoeffizient $r$ )	65
2.3.2.4	Ordinale Daten (Rangkorrelationskoeffizient $R$ und Tau nach KENDALL)	68
2.3.2.5	Gemischtes Datenniveau (tetrachorischer, biserialer und punktbiserialer Korrelationskoeffizient)	73
2.3.2.6	Lineare Regression, das Bestimmtheitsmaß	77
2.3.2.7	Interpretation von Zusammenhangsmaßen	83
<b>3</b>	<b>Wahrscheinlichkeitstheorie</b>	<b>86</b>
3.1	Das wahrscheinlichkeitstheoretische Grundmodell	87
3.1.1	Stichprobenraum, zufällige Ereignisse	87
3.1.2	Relative Häufigkeiten	92
3.1.3	Die klassische Wahrscheinlichkeit und die geometrische Wahrscheinlichkeit	95
3.1.3.1	Kombinatorik	95

3.1.3.2	Die klassische Wahrscheinlichkeit . . . . .	102
3.1.3.3	Die geometrische Wahrscheinlichkeit . . . . .	104
3.1.4	Die axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit und allgemeine Eigenschaften	105
3.1.5	Die bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .	107
3.1.6	Unabhängigkeit . . . . .	111
3.1.7	Die Formel der totalen Wahrscheinlichkeit und die Bayessche Formel . . . . .	113
3.2	Zufallsgrößen und ihre Verteilung . . . . .	116
3.2.1	Der Begriff der Zufallsgröße . . . . .	116
3.2.2	Diskrete Zufallsgrößen . . . . .	119
3.2.2.1	Diskrete Zufallsgrößen und ihre Verteilung . . . . .	119
3.2.2.2	Erwartungswert und Varianz diskreter Zufallsgrößen . . . . .	121
3.2.2.3	Spezielle diskrete Verteilungen . . . . .	126
3.2.3	Stetige Zufallsgrößen . . . . .	134
3.2.3.1	Allgemeine Grundlagen zu stetigen Zufallsgrößen und deren Verteilung	134
3.2.3.2	Die gleichmäßige stetige Verteilung . . . . .	141
3.2.3.3	Die Normalverteilung . . . . .	143
3.2.3.4	Die Prüfverteilungen . . . . .	152
3.3	Zufällige Vektoren . . . . .	157
3.3.1	Der Begriff des zufälligen Vektors . . . . .	157
3.3.2	Diskrete zufällige Vektoren und Transformationen . . . . .	160
3.3.3	Unabhängigkeit, Kovarianz, Korrelationskoeffizient . . . . .	165
3.3.4	Die zweidimensionale Normalverteilung . . . . .	169
3.4	Statistische Grundbegriffe . . . . .	171
3.4.1	Grundgesamtheit und Stichprobe . . . . .	171
3.4.2	Mathematischer Aufbau statistischer Tests . . . . .	174
4	<b>Statistische Testtheorie</b> . . . . .	177
4.1	Einführung . . . . .	177
4.1.1	Grundbegriffe . . . . .	177
4.1.2	Klassifikation statistischer Tests . . . . .	181
4.2	Anpassungstests . . . . .	184
4.2.1	Alternative Daten (Binomialtest/ $u$ -Test) . . . . .	184
4.2.1.1	Der Binomialtest . . . . .	185
4.2.1.2	Der $u$ -Test . . . . .	186
4.2.1.3	Der $u_{\text{kor}}$ -Test . . . . .	188
4.2.2	Kategoriale Daten (Polynomialtest/ $\chi^2$ -Anpassungstest) . . . . .	189
4.2.2.1	Der Polynomialtest . . . . .	190
4.2.2.2	Der $\chi^2$ -Anpassungstest . . . . .	191
4.2.3	Zur Frage des Anpassungstests für ordinale Daten . . . . .	194
4.2.4	Metrische Daten . . . . .	194
4.2.4.1	Der $\chi^2$ -Anpassungstest . . . . .	194
4.2.4.2	Der David-Test . . . . .	198
4.2.4.3	Der einfache $t$ -Test . . . . .	199
4.2.4.4	Test des Streuungswertes einer Normalverteilung . . . . .	200
4.2.4.5	Der KOLMOGOROV-Anpassungstest . . . . .	201
4.2.5	Übersicht über die Anpassungstests . . . . .	203
4.3	Unterschiedstests . . . . .	203
4.3.1	Vergleich zweier Verteilungen mit unabhängigen Stichproben . . . . .	204
4.3.1.1	Alternative Daten . . . . .	204

---

4.3.1.2	Der $\chi^2 - k$ mal 2-Feldertest . . . . .	210
4.3.1.3	Unterschiedstest bei ordinalen Daten und zwei Stichproben . . . . .	213
4.3.1.4	Unterschiedstest bei metrischen Daten und zwei Stichproben . . . . .	221
4.3.1.5	Der Vergleich der Unterschiedstests für 2 Verteilungen mit unabhängigen Stichproben . . . . .	229
4.3.2	Der Vergleich zweier Verteilungen mit abhängigen Stichproben . . . . .	230
4.3.2.1	Der Vergleich zweier Verteilungen mit abhängigen Stichproben bei alternativen Daten . . . . .	230
4.3.2.2	Der Symmetrietest von BOWKER . . . . .	233
4.3.2.3	Der Vorzeichentest . . . . .	235
4.3.2.4	Der Vergleich zweier Verteilungen auf der Grundlage abhängiger Stichproben mit metrischen Daten . . . . .	236
4.3.2.5	Der Vergleich der Unterschiedstests für 2 Verteilungen mit abhängigen Stichproben . . . . .	242
4.3.3	Der Vergleich von mehr als zwei Verteilungen auf der Grundlage unabhängiger Stichproben . . . . .	243
4.3.3.1	Der $\chi^2 - 2 \cdot l$ -Feldertest (Globalvergleich) . . . . .	244
4.3.3.2	Nachfolgeauswertung und die Konfigurationsfrequenzanalyse für alternative Daten (multipler Vergleich) . . . . .	245
4.3.3.3	Der $\chi^2 - k$ -mal- $l$ -Feldertest (Globalvergleich) . . . . .	246
4.3.3.4	Nachfolgeauswertungen und die Konfigurationsfrequenzanalyse für kategoriale Daten (multipler Vergleich) . . . . .	248
4.3.3.5	Der $H$ -Test (Globalvergleich) . . . . .	251
4.3.3.6	Tests für Kontraste (Multipler Vergleich) . . . . .	255
4.3.3.7	Parametrische Unterschiedstest bei Verteilungen mit mehr als 2 unabhängigen Stichproben . . . . .	258
4.3.3.8	Vergleich der Verfahren bei mehr als 2 unabhängigen Verteilungen . . . . .	267
4.3.4	Vergleich von mehr als 2 Verteilungen bei abhängigen Stichproben . . . . .	267
4.3.4.1	Der $Q$ -Test von COCHRAN (Globalvergleich) . . . . .	268
4.3.4.2	Multipler Vergleich bei alternativen Daten und abhängigen Stichproben . . . . .	270
4.3.4.3	Der FRIEDMAN-Test (Globalvergleich) . . . . .	273
4.3.4.4	Der Test auf Kontraste für korrelierende Stichproben (Multipler Vergleich) . . . . .	275
4.3.4.5	Der Vergleich von mehr als 2 abhängigen Stichproben bei metrischen Daten . . . . .	277
4.3.4.6	Übersicht über die Unterschiedstests bei mehr als zwei abhängigen Stichproben . . . . .	278
<b>5</b>	<b>Ausblick auf die multivariate Statistik . . . . .</b>	<b>279</b>
5.1	Die Korrelationsanalyse und die Regressionsanalyse . . . . .	279
5.1.1	Die Korrelationsanalyse bei alternativen Daten . . . . .	280
5.1.2	Korrelationsanalyse bei kategoriale Daten . . . . .	281
5.1.3	Korrelationsanalyse bei ordinalen Daten . . . . .	283
5.1.4	Korrelationsanalyse bei metrischen Daten . . . . .	286
5.1.5	Die Regressionsanalyse . . . . .	288
5.1.5.1	Wahrscheinlichkeitstheoretische Modelle der linearen Regression . . . . .	289
5.1.5.2	Die Prüfung für den Regressionskoeffizienten $b$ im Modell I . . . . .	292
5.1.5.3	Die Prüfung für den Achsenabschnitt $a$ . . . . .	293
5.1.5.4	Die Prüfung auf Linearität der Regression . . . . .	294

5.2	Die Faktorenanalyse . . . . .	295
5.2.1	Einleitung . . . . .	295
5.2.2	Darstellung und Ansatz der Faktorenanalyse . . . . .	296
5.2.3	Ein Rechenbeispiel der Faktorenanalyse . . . . .	301
5.2.4	Hinweise zur Faktoreninterpretation . . . . .	308
5.3	Die Clusteranalyse . . . . .	309
5.3.1	Einleitung und Begriffsbestimmung . . . . .	309
5.3.2	Eigenschaften von Gruppen und methodisches Vorgehen bei der Gruppierung . . . . .	310
5.3.3	Ähnlichkeits- und Distanzmaße . . . . .	311
5.3.4	Typen, Kriterien und Verfahren der Gruppierung . . . . .	313
5.3.5	Ein Rechenbeispiel für eine agglomerative, hierarchische, disjunkte Gruppierung . . . . .	316
5.3.6	Eine Rechenbeispiel für eine agglomerative, hierarchische, nicht disjunkte Gruppierung . . . . .	318
5.4	Die einfache Varianzanalyse . . . . .	320
5.4.1	Die einfache Varianzanalyse für unabhängige Stichproben . . . . .	321
5.4.1.1	Die Bestimmung der Prüfgröße beim Modell I . . . . .	322
5.4.1.2	Die Tafel der einfachen Varianzanalyse beim Modell I . . . . .	324
5.4.1.3	Ein Rechenbeispiel zur einfachen Varianzanalyse beim Modell I . . . . .	325
5.4.1.4	Die einfache Varianzanalyse beim Modell II . . . . .	327
5.4.2	Die einfache Varianzanalyse für abhängige Stichproben . . . . .	328
5.4.2.1	Die Berechnung der Prüfgröße bei korrelierenden Stichproben . . . . .	328
5.4.2.2	Die Tafel der einfachen Varianzanalyse für korrelierende Stichproben . . . . .	330
5.4.2.3	Ein Rechenbeispiel für die einfache Varianzanalyse bei korrelierenden Stichproben . . . . .	331
6	<b>Mathematische Grundlagen . . . . .</b>	334
6.1	Mengenlehre . . . . .	334
6.1.1	Der Mengenbegriff . . . . .	334
6.1.2	Verknüpfungen von Mengen . . . . .	335
6.1.3	Ausführen mehrerer Mengenoperationen, Rechnen mit Mengen . . . . .	336
6.1.4	Potenzmenge, kartesisches Produkt . . . . .	338
6.2	Funktionen . . . . .	340
6.2.1	Relationen und Funktionen . . . . .	340
6.2.2	Standardbeispiele reeller Funktionen . . . . .	343
6.2.2.1	Lineare Funktionen . . . . .	343
6.2.2.2	Quadratische Funktionen . . . . .	347
6.2.2.3	Exponentialfunktion und Logarithmusfunktion . . . . .	350
6.2.2.4	Die Gaußsche Glockenkurve . . . . .	351
6.3	Matrizen . . . . .	353
6.3.1	Grundbegriffe . . . . .	353
6.3.2	Rechnen mit Matrizen . . . . .	356
6.3.3	Vektoren . . . . .	359
6.4	Eine Rekursionsformel zur Bestimmung der Einzelwahrscheinlichkeiten . . . . .	360
7	Tafelanhang . . . . .	362
8	Aufgaben und Lösungen . . . . .	456
9	Literaturverzeichnis . . . . .	486
	<b>Sachwortverzeichnis . . . . .</b>	489