
Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Thematische Einstimmung	1
1.2	Erkenntnisleitendes Interesse der Arbeit	4
1.3	Aufbau der Arbeit	6

Teil I Theoretische Grundlagen

2	Diskontinuität zwischen Schule und Hochschule	11
2.1	Begriffliches	11
2.2	Ansätze zur Beschreibung der Diskontinuität zwischen Schule und Hochschule	13
2.2.1	Modellierungen der Diskontinuität	13
2.2.2	Beschreibung durch Herausforderungen	17
2.2.3	Synthese der Ansätze	21
2.3	Diskontinuität in den Sichtweisen auf Mathematik	22
2.3.1	Hochschulische Sicht auf Mathematik	23
2.3.2	Sichtweisen auf Mathematik in der Schule	28
2.4	Diskontinuität in Begriffsbildungen, Begründungen und mathematischer Sprache	35
2.4.1	Begriffsbildungen in Schule und Hochschule	35
2.4.2	Begründung von Zusammenhängen in Schule und Hochschule	38
2.4.3	Mathematische Sprache	42

2.5	Diskontinuität im Bereich der Linearen Algebra	44
2.5.1	Sichtweisen auf Lineare Algebra in Schule und Hochschule	44
2.5.2	Konkretisierung: Begriffe der Linearen Algebra in der gymnasialen Oberstufe	50
2.6	Zusammenfassung	60
3	Doppelte Diskontinuität und der Höhere Standpunkt	65
3.1	Problematik der doppelten Diskontinuität	66
3.2	Der „Höhere Standpunkt“	68
3.2.1	Der Höhere Standpunkt bei Klein und die Position von Toeplitz	70
3.2.2	Der Höhere Standpunkt im Projekt „Mathematik Neu Denken“	74
3.2.3	Der Höhere Standpunkt in Studien zum Professionswissen von Lehrkräften	78
3.2.4	Weitere Interpretationen des Höheren Standpunktes	81
3.2.5	Vergleich der Interpretationen und Zwischenfazit	90
3.3	Wissensgrundlagen für einen Höheren Standpunkt	96
3.3.1	Schulbezogenes Fachwissen	96
3.3.2	Wissensaspekte eines Literacy-Modells für Mathematiklehrkräfte	101
3.4	Zusammenfassung	102
4	Sachanalysen zu den Begriffen Vektor und Skalarprodukt	105
4.1	Sachanalyse zum Begriff „Vektor“	105
4.1.1	Vektorräume	106
4.1.2	Vektorraum von Pfeilklassen	111
4.1.3	Übliche Einführung von Vektorräumen	114
4.2	Sachanalyse zum Begriff „Skalarprodukt“	115
4.2.1	Skalarprodukte	116
4.2.2	Das Skalarprodukt im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 aus geometrischer Sicht	120
4.2.3	Übliche Einführung von Skalarprodukten	122

Teil II Fragestellung und Methodik

5	Forschungsfragen	127
5.1	Forschungsumfeld: Der Umgang von (angehenden) Lehrkräften mit Diskontinuität	127
5.2	Entwicklung der Forschungsfragen	133
6	Forschungsmethoden	139
6.1	Analyse der Lehr-Lern-Materialien	139
6.1.1	Ansätze für eine Materialanalyse zur Explikation von Diskontinuität	140
6.1.2	Beschreibung des gewählten Vorgehens	142
6.2	Entwicklung einer Methode zur Erfassung eines Höheren Standpunktes	145
6.2.1	Untersuchungsansatz und grundlegende methodische Entscheidungen	146
6.2.2	Vorgehen bei der Anwendung der Erhebungsmethode	155
6.2.3	Limitationen der Erhebungsmethode	161
6.3	Realisierung der Interviewstudie	163
6.3.1	Materialauswahl	163
6.3.2	Datenerhebung	167
6.4	Auswertung der Interviews	171
6.4.1	Datenaufbereitung und Vorbereitung der Analysen	172
6.4.2	Auswertung der Interviews mit qualitativen Inhaltsanalysen	174
6.4.3	Güte der Analysen	185

Teil III Ergebnisse der Materialanalyse und der Interviewstudie

7	Analysen von Lehr-Lern-Materialien für Schule und Hochschule	191
7.1	Analyse von Lehr-Lern-Materialien zum Vektorbegriff	192
7.1.1	Lehr-Lern-Materialien für die Hochschule zum Vektorbegriff	193
7.1.2	Lehr-Lern-Materialien für die Schule zum Vektorbegriff	196

7.1.3	Charakterisierung der Diskontinuität: Ergebnisse der vergleichenden Inhaltsanalyse	203
7.1.4	Ableitung von Kategorien für die Interviewauswertung	214
7.2	Analyse von Lehr-Lern-Materialien zum Begriff Skalarprodukt	220
7.2.1	Lehr-Lern-Materialien für die Hochschule zum Begriff Skalarprodukt	220
7.2.2	Lehr-Lern-Materialien für die Schule zum Begriff Skalarprodukt	225
7.2.3	Charakterisierung der Diskontinuität: Ergebnisse der vergleichenden Inhaltsanalyse	230
7.2.4	Ableitung von Kategorien für die Interviewauswertung	240
8	Ergebnisse der Interviewstudie: Wahrnehmung von Diskontinuität	247
8.1	Wahrgenommene Diskontinuität bei der Einführung von Vektoren	248
8.1.1	Aufbau des finalen Kategoriensystems	248
8.1.2	Beispiele für segmentierte und kodierte Interviews	253
8.1.3	Wahrgenommene Unterschiede	274
8.1.4	Wahrgenommene Gemeinsamkeiten	285
8.1.5	Zusammenfassung zentraler Beobachtungen	290
8.2	Wahrgenommene Diskontinuität bei der Einführung des Skalarproduktes	290
8.2.1	Aufbau des finalen Kategoriensystems	291
8.2.2	Beispiel für ein segmentiertes und kodiertes Interview	293
8.2.3	Wahrgenommene Unterschiede	302
8.2.4	Wahrgenommene Gemeinsamkeiten	311
8.2.5	Zusammenfassung zentraler Beobachtungen	314
8.3	Vergleichende Betrachtungen zwischen den Interviews zu Vektor und Skalarprodukt	315
8.4	Wahrnehmung von Diskontinuität in verschiedenen berufsbiografischen Abschnitten	315
8.4.1	Vergleich der Gruppen unter quantitativen Aspekten	316

8.4.2	Qualitative Unterschiede	320
8.4.3	Fazit zur Kontrastierung der Gruppen	326
9	Ergebnisse der Interviewstudie: Auseinandersetzung mit Diskontinuität	329
9.1	Erwartungen an die Interviews – Darstellung der deduktiven Hauptkategorien	330
9.2	Erklärungen und Einordnung von Diskontinuität im Kontext von Vektoren	333
9.2.1	Überblick über das finale Kategoriensystem	333
9.2.2	Deskriptive Betrachtungen im Gesamtbild	335
9.2.3	Erklärungen mit dem Lernumfeld	337
9.2.4	Erklärungen ausgehend von den Lernenden	344
9.2.5	Erklärungen mit der Bedeutung und Verwendung von Vektoren	349
9.2.6	Erklärungen mit dem Anspruch an den Theorieaufbau	356
9.2.7	Erklärungen mit der Bedeutung von Anschauung	362
9.2.8	Erklärungen mit der Sequenzierung des Lehrgangs	364
9.2.9	Erklärungen mit bildungsadministrativen Vorgaben	366
9.2.10	Andere Erklärungsansätze	367
9.2.11	Zusammenfassung zentraler Beobachtungen	367
9.3	Erklärungen und Einordnung von Diskontinuität im Kontext des Skalarproduktes	369
9.3.1	Überblick über das finale Kategoriensystem	370
9.3.2	Deskriptive statistische Betrachtungen im Gesamtbild	371
9.3.3	Erklärungen mit dem Lernumfeld	373
9.3.4	Erklärungen mit den Lerngruppen im Mathematikunterricht und in der Hochschule	375
9.3.5	Erklärungen mit der Bedeutung und Verwendung des Skalarproduktes	377
9.3.6	Erklärungen mit dem Anspruch an den Theorieaufbau	380
9.3.7	Erklärungen mit der Bedeutung von Anschauung	384
9.3.8	Erklärungen mit dem bisherigen Theorieaufbau und Vorerfahrungen	386

9.3.9	Andere Erklärungsansätze	388
9.3.10	Zusammenfassung zentraler Beobachtungen	389
9.4	Vergleichende Betrachtungen zwischen den Interviews zu Vektor und Skalarprodukt	391
9.5	Bewertung von Diskontinuität	394
9.5.1	Positive Bewertungen schulischer Sichtweisen	394
9.5.2	Problematisierende Bewertungen schulischer Sichtweisen	396
9.5.3	Positive Bewertungen hochschulischer Sichtweisen	398
9.5.4	Problematisierende Bewertungen hochschulischer Sichtweisen	398
9.5.5	Reflektierte Bewertungen	400
9.6	Auseinandersetzung mit Diskontinuität in verschiedenen berufsbiografischen Abschnitten	401
9.6.1	Erklärungen und Einordnungen in verschiedenen berufsbiografischen Abschnitten	401
9.6.2	Bewertungen von Diskontinuität in verschiedenen berufsbiografischen Abschnitten	403
9.6.3	Fazit zur Kontrastierung der Gruppen	404
10	Konkretisierung der Zielvorstellung <i>Höherer Standpunkt</i>	407
10.1	Anforderungen an Lehrkräfte durch Diskontinuität zwischen Schule und Hochschule	409
10.2	Der Kompetenzbegriff und die Binnenstruktur des Konstrukt	411
10.2.1	Der Kompetenzbegriff	411
10.2.2	Das Verhältnis von Kompetenz und Performanz	415
10.2.3	Binnenstruktur des Konstrukt	417
10.3	Zugrundeliegende Wissensarten	419
10.3.1	Fachwissen	420
10.3.2	Metamathematisches Wissen	423
10.3.3	Wissen über curriculare Strukturen und Vernetzungen	426
10.3.4	Institutionenbezogenes Rahmungswissen	430
10.3.5	Situatives Wissen	433
10.4	Teilkompetenzen in drei Tätigkeitsbereichen	436
10.4.1	Wahrnehmen von Diskontinuität	436

10.4.2 Erklären und Einordnen von Diskontinuität	440
10.4.3 Konstruktive Beurteilung von Diskontinuität	444
10.5 Affektiv-motivationale Komponente des Höheren Standpunktes	449
10.6 Ausprägungen einer Kompetenz <i>Höherer Standpunkt</i>	453
10.7 Rückschau auf die Konkretisierung und Kurzfassung des Konstruktes	455
 Teil IV Fazit	
11 Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick	461
11.1 Zusammenfassung der Ergebnisse	461
11.2 Reflexion zum methodischen Vorgehen	468
11.3 Diskussion und Ausblick	471
 Literatur	477