

Inhaltsverzeichnis

1 Eine idealisierte Welt aus einfachen Bausteinen	1
1.1 Punkte, Geraden und Kreise in der Zeichenebene	2
1.2 Besondere Punkte im Dreieck	9
1.3 Elementarbausteine im Raum	20
1.4 Der euklidische Raum	23
1.5 Polarität, Dualität und Inversion	30
1.6 Projektive und Nichteuklidische Geometrie	41
2 Projektionen und Schatten: Die Reduktion der Dimension	49
2.1 Das Prinzip der Zentralprojektion	50
2.2 Durch Einschränkung zur Parallelprojektion bzw. Normalprojektion	54
2.3 Zugeordnete Normalrisse	62
2.4 Hauptgeraden und der Satz vom rechten Winkel	71
2.5 Im Maschinenzeichnen ist manches anders	80
3 Polyeder: Vielflächig und vielseitig	85
3.1 Kongruenztransformationen	86
3.2 Konvexe Polyeder	90
3.3 Die platonischen Körper	100
3.4 Weitere bemerkenswerte Polyeder	106
3.5 Ebene Schnitte von Prismen und Pyramiden	115
4 Gekrümmt und doch einfach	121
4.1 Ebene Kurven und Raumkurven	122
4.2 Die Kugel	145
4.3 Zylinderflächen	157
4.4 Die Ellipse als ebener Drehzyinderschnitt	159
5 Mehr über Kegelschnitte und abwickelbare Flächen	171
5.1 Kegelflächen	172
5.2 Kegelschnitte	181
5.3 Torsen	197
5.4 Über Landkarten und „Kugelabwicklungen“	214
5.5 Die „physikalische“ Spiegelung an Kreis, Kugel und Drehzylinder	222
6 Prototypen	229
6.1 Flächen vom Grad zwei	230
6.2 Drei Typen von Flächenpunkten	254
6.3 Drehflächen	264
6.4 Der Torus als Prototyp für alle anderen Drehflächen	274
6.5 Rohr- und Kanalflächen	283
7 Weitere bemerkenswerte Flächenklassen	289
7.1 Regelflächen	290
7.2 Schraubflächen	298
7.3 Verschiedene Typen von Spiralflächen	310
7.4 Schiebflächen	317
7.5 Minimalflächen	320
8 Die unendliche Vielfalt der gekrümmten Flächen	331
8.1 Mathematische Flächen und Freiformflächen	332
8.2 Interpolierende Flächen	340
8.3 Bézier- und B-Splinekurven	344
8.4 Bézier- und B-Splineflächen	347
8.5 Flächendesign einmal anders	350

9 Fotografische Abbildung und individuelle Wahrnehmung	355
9.1 Wahrnehmung und Perspektive	356
9.2 Verschiedene Techniken der Perspektive	358
9.3 Andere Perspektiven	373
9.4 Geometrie an der Wasseroberfläche	393
9.5 Linsenaugen, Facettenaugen und die Lochkamera	401
10 Alles bewegt sich: Kinematik	407
10.1 Der Pol, um den sich alles dreht	408
10.2 Verschiedene Mechanismen	415
10.3 Ellipsenbewegung	433
10.4 Trochoidenbewegung	443
11 Bewegung im Raum	451
11.1 Bewegung auf der Kugel	452
11.2 Allgemeine Raumbewegungen	460
11.3 Wo steht die Sonne?	464
11.4 Über minutengenaue Sonnenuhren für die mittlere Zeit	485
11.5 Kinematik im Tierreich	495
12 Die Vielfalt der Füllmuster	503
12.1 Ornamente und Symmetriegruppen	504
12.2 Periodische Parkettierungen	507
12.3 Nichtperiodische Parkettierungen	514
12.4 Nichteuklidische Parkettierungen	522
13 Die Natur der Geometrie und die Geometrie der Natur	525
13.1 Die geometrischen Grundformen in der Natur	526
13.2 Evolution und Geometrie	535
13.3 Planetenbahnen und Fischschwärme	541
13.4 Skalenverhalten in der Natur	546
13.5 Musikalische Harmonie mit den Augen der Geometrie	550
14 Weitere Anwendungen	553
14.1 Mehrfachspiegelungen, optische Täuschungen und „unmögliche Figuren“	554
14.2 Mehr über Inversionen im Raum	573
14.3 Voronoi-Strukturen	580
14.4 Sechsecke auf einer Kugel	588
14.5 Fraktale	594
A Ein Kurs im Freihandzeichnen	607
A.1 Normalriss versus Schrägriss	608
A.2 Keine Scheu vor gekrümmten Flächen	617
A.3 Schatten	627
A.4 Perspektivisches Skizzieren	630
B Ein geometrischer Fotografiekurs	649
B.1 Brennweiten und Sehwinkel	650
B.2 3D-Bilder mit einer Kamera?	653
B.3 Stereoskopie	664
B.4 Wann soll man welche Brennweite verwenden?	669
B.5 Primäre und sekundäre Projektion	676
B.6 Von unten oder von oben?	681
B.7 Das Problem mit dem Rolling Shutter	689
Ergänzende Literatur	699
Index	702