

Inhaltsverzeichnis

1	Die Grundgleichungen der atmosphärischen Bewegungen	1
1.1	Zeitableitungen in Fluiden	1
1.1.1	Die Bilder von Euler und Lagrange	1
1.1.2	Die materielle Ableitung einer Fluideigenschaft	3
1.1.3	Die materielle Ableitung von Volumenintegralen	5
1.1.4	Zusammenfassung	8
1.2	Die Kontinuitätsgleichung	8
1.2.1	Euler'sche Herleitung	8
1.2.2	Lagrange-Herleitung mittels der materiellen Zeitableitung	10
1.2.3	Zusammenfassung	10
1.3	Die Impulsgleichung	11
1.3.1	Die Volumenkräfte	11
1.3.2	Oberflächenkräfte (1): Die Druckgradientenkraft	12
1.3.3	Oberflächenkräfte (2): Die Reibungskraft	13
1.3.4	Die gesamte Impulsgleichung	18
1.3.5	Zusammenfassung	18
1.4	Die Bewegungsgleichungen im rotierenden Bezugssystem	19
1.4.1	Die Zeitableitung im rotierenden Bezugssystem	19
1.4.2	Die Impulsgleichung im rotierenden Bezugssystem	20
1.4.3	Die Kontinuitätsgleichung im rotierenden Bezugssystem	22
1.4.4	Zusammenfassung	23
1.5	Die Bewegungsgleichungen auf der Kugel	23
1.5.1	Geschwindigkeit und materielle Ableitung in Kugelkoordinaten	24
1.5.2	Die transformierten Bewegungsgleichungen	26
1.5.3	Zusammenfassung	28

1.6	Synoptische Skalenanalyse	28
1.6.1	Das geostrophische Gleichgewicht	29
1.6.2	Das hydrostatische Gleichgewicht	32
1.6.3	Zusammenfassung	35
1.7	Leseempfehlungen	35
2	Elementare Thermodynamik und Energetik der trockenen Luft	37
2.1	Grundbegriffe	37
2.1.1	Thermodynamische Systeme	37
2.1.2	Zustand und Gleichgewicht	38
2.1.3	Temperatur	39
2.1.4	Zustandsgleichungen	40
2.1.5	Energieänderungen eines thermodynamischen Systems	40
2.1.6	Zusammenfassung	43
2.2	Die Hauptsätze der Thermodynamik	43
2.2.1	Der erste Hauptsatz der Thermodynamik und die innere Energie	44
2.2.2	Wärmekapazitäten eines idealen Gases	45
2.2.3	Adiabatische und isotherme Zustandsänderungen eines idealen Gases	47
2.2.4	Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik	48
2.2.5	Der Carnot-Prozess	52
2.2.6	Entropie als Zustandsgröße	55
2.2.7	Entropie und potentielle Temperatur der trockenen Luft	59
2.2.8	Zusammenfassung	61
2.3	Prognostische Gleichungen für Temperatur und Entropie in der trockenen Luft	62
2.3.1	Temperaturprognose	62
2.3.2	Prognose von Entropie und potentieller Temperatur	67
2.3.3	Die Gleichungen im rotierenden Bezugssystem	68
2.3.4	Kugelkoordinaten	68
2.3.5	Zusammenfassung	68
2.4	Potentielle Temperatur und statistische Stabilität	69
2.4.1	Stabile und instabile Schichtung	69
2.4.2	Auftriebsschwingungen	71
2.4.3	Zusammenfassung	73
2.5	Leseempfehlungen	73
3	Elementare Eigenschaften und Anwendungen der Grundgleichungen	75
3.1	Zusammenfassung der Grundgleichungen	75
3.2	Die Bedeutung der Grundgleichungen für die Wettervorhersage	76

3.3	Erhaltungssätze	77
3.3.1	Die Energieerhaltung	77
3.3.2	Die Erhaltung des Drehimpulses	79
3.3.3	Zusammenfassung	82
3.4	Die primitiven Gleichungen	82
3.5	Die primitiven Gleichungen in Druckkoordinaten	84
3.5.1	Beliebige Vertikalkoordinaten	85
3.5.2	Druckkoordinaten	88
3.5.3	Zusammenfassung	89
3.6	Balancierte Strömungen	90
3.6.1	Die natürlichen Koordinaten	90
3.6.2	Geostrophische Strömung	92
3.6.3	Trägheitsströmung	93
3.6.4	Zyklostrophische Strömung	94
3.6.5	Der Gradientenwind	95
3.6.6	Zusammenfassung	97
3.7	Der thermische Wind	98
3.8	Leseempfehlungen	100
4	Die Wirbeldynamik	101
4.1	Die Vorticity	101
4.1.1	Relative, absolute und planetare Vorticity	101
4.1.2	Wirbellinien, Wirbelröhren und Vorticity-Fluss	102
4.1.3	Zusammenfassung	104
4.2	Die Zirkulation	105
4.2.1	Relative und absolute Zirkulation	105
4.2.2	Der allgemeine Zirkulationssatz	106
4.2.3	Zusammenfassung	109
4.3	Der Satz von Kelvin	109
4.4	Die Vorticity-Gleichung	111
4.4.1	Die Herleitung	111
4.4.2	Wirbelröhrendehnung und Wirbelkippen	111
4.4.3	Zusammenfassung der Einflüsse auf die relative Vorticity	113
4.4.4	Eingefrorenheit der absoluten Vorticity	114
4.4.5	Zusammenfassung	115
4.5	Die potentielle Vorticity	115
4.5.1	Eine algebraische Herleitung des Entwicklungssatzes der potentiellen Vorticity	115
4.5.2	Die Herleitung der Erhaltung der potentiellen Vorticity aus dem allgemeinen Zirkulationssatz	117
4.5.3	Zusammenfassung	119

4.6	Wirbeldynamik und die primitiven Gleichungen	120
4.6.1	Die primitiven Gleichungen in isentropen Koordinaten	120
4.6.2	Die primitive Vorticity-Gleichung in isentropen Koordinaten	123
4.6.3	Die potentielle Vorticity der primitiven Gleichungen	125
4.6.4	Die Überströmung eines Bergrückens	125
4.6.5	Zusammenfassung	129
4.7	Leseempfehlungen	129
5	Die Dynamik der Flachwassergleichungen	131
5.1	Die Herleitung der Gleichungen	131
5.1.1	Die Impulsgleichung	132
5.1.2	Die Kontinuitätsgleichung	133
5.1.3	Zusammenfassung	134
5.2	Erhaltungseigenschaften	134
5.2.1	Die Energieerhaltung	134
5.2.2	Die potentielle Vorticity	136
5.2.3	Zusammenfassung	137
5.3	Quasigeostrophische Dynamik	137
5.3.1	Die tangentielle β -Ebene	137
5.3.2	Die Skalenabschätzung der Flachwassergleichungen auf der β -Ebene	140
5.3.3	Die quasigeostrophische Näherung: Herleitung mittels Skalenasymptotik	144
5.3.4	Die quasigeostrophische Näherung: Herleitung aus der Erhaltung der potentiellen Vorticity der Flachwassergleichungen	148
5.3.5	Zusammenfassung	149
5.4	Wellenlösungen der linearen Flachwassergleichungen	150
5.4.1	Störungsansatz	150
5.4.2	Wellen auf der f -Ebene	153
5.4.3	Wellen auf der β -Ebene: Quasigeostrophische Rossby-Wellen	160
5.4.4	Zusammenfassung	165
5.5	Geostrophische Anpassung	165
5.5.1	Die allgemeine Lösung der linearen Flachwassergleichungen auf der f -Ebene	166
5.5.2	Der Anpassungsprozess	170
5.5.3	Zusammenfassung	175
5.6	Leseempfehlungen	177

6	Die quasigeostrophische Dynamik der geschichteten Atmosphäre	179
6.1	Die quasigeostrophische Theorie und ihre potentielle Vorticity	179
6.1.1	Analyse von Impuls- und Kontinuitätsgleichung	179
6.1.2	Auswertung der Entropiegleichung	189
6.1.3	Die quasigeostrophische potentielle Vorticity in der geschichteten Atmosphäre	192
6.1.4	Der Bezug zur allgemeinen potentiellen Vorticity	195
6.1.5	Die quasigeostrophische Theorie in Druckkoordinaten	198
6.1.6	Ein quasigeostrophisches Zweischichtenmodell	202
6.1.7	Zusammenfassung	204
6.2	Die quasigeostrophische Energetik der geschichteten Atmosphäre	206
6.2.1	Die kontinuierlich geschichtete Atmosphäre	206
6.2.2	Das Zweischichtenmodell	211
6.2.3	Zusammenfassung	214
6.3	Rossby-Wellen in der geschichteten Atmosphäre	215
6.3.1	Rossby-Wellen im Zweischichtenmodell	215
6.3.2	Rossby-Wellen in einer isothermen kontinuierlich geschichteten Atmosphäre	222
6.3.3	Zusammenfassung	223
6.4	Die barokline Instabilität	224
6.4.1	Die barokline Instabilität im Zweischichtenmodell	225
6.4.2	Die barokline Instabilität in der kontinuierlichen geschichteten Atmosphäre	238
6.4.3	Zusammenfassung	247
6.5	Leseempfehlungen	249
7	Die planetare Grenzschicht	251
7.1	Anelastik und Boussinesq-Theorie	252
7.1.1	Die anelastischen Gleichungen	252
7.1.2	Die Boussinesq-Gleichungen	255
7.1.3	Zusammenfassung	257
7.2	Instabilitäten in der Grenzschicht	257
7.2.1	Die Taylor-Goldstein-Gleichung	257
7.2.2	Neutrale Schichtung ($N^2 = 0$)	260
7.2.3	Keine Scherung ($d\bar{u}/dz = 0$) und konstante Schichtung N^2	266
7.2.4	Der allgemeine Fall: Das Richardson-Kriterium von Howard und Miles	267
7.2.5	Zusammenfassung	269

7.3	Die gemittelten Bewegungsgleichungen	270
7.3.1	Turbulenz und mittlere Strömung	270
7.3.2	Die Reynolds-Gleichungen	272
7.3.3	Zusammenfassung	273
7.4	Gradientenansatz und Mischungsweg	274
7.5	Die turbulente kinetische Energie	276
7.5.1	Die Entwicklungsgleichung	276
7.5.2	Quellen und Senken	279
7.5.3	Zusammenfassung	282
7.6	Die Prandtl-Schicht	282
7.6.1	Der Impulsfluss	282
7.6.2	Das Windprofil	284
7.6.3	Der Einfluss der Schichtung	285
7.6.4	Zusammenfassung	286
7.7	Die Ekman-Schicht	288
7.7.1	Die Ekman-Spirale	290
7.7.2	Das Ekman-Pumpen	298
7.7.3	Zusammenfassung	299
7.8	Leseempfehlungen	300
8	Die Wechselwirkung zwischen Rossby-Wellen und mittlerer Strömung	301
8.1	Grundlagen der quasigeostrophischen Theorie	302
8.1.1	Die Grundgleichungen	302
8.1.2	Erhaltungseigenschaften	304
8.1.3	Die quasigeostrophische Enstrophiegleichung im Rahmen der linearen Dynamik	305
8.1.4	Zusammenfassung	306
8.2	Die Ausbreitung von Rossby-Wellen	306
8.2.1	Wellenausbreitung im Rahmen der WKB-Theorie	307
8.2.2	Rossby-Wellenausbreitung in die Stratosphäre	313
8.2.3	Zusammenfassung	317
8.3	Der Eliassen-Palm-Fluss	318
8.3.1	Definition	318
8.3.2	Die Eliassen-Palm-Beziehung	319
8.3.3	Wellenwirkung und Eliassen-Palm-Fluss im Rahmen der WKB-Theorie	320
8.3.4	Zusammenfassung	325
8.4	Das transformierte Euler-Mittel (TEM)	325
8.4.1	Das TEM im Rahmen der Quasigeostrophie	325
8.4.2	Die massengewichtete Zirkulation in isentropen Koordinaten	333

8.4.3	Der Bezug zwischen der residuellen Zirkulation und der massengewichteten Zirkulation	335
8.4.4	Zusammenfassung	338
8.5	Das Nichtbeschleunigungstheorem	339
8.6	Leseempfehlungen	343
9	Die meridionale Zirkulation.	345
9.1	Grundzüge des empirischen Befunds.	345
9.2	Die Hadley-Zirkulation	346
9.2.1	Die Grundgleichungen eines Modells ohne Wellenantrieb	347
9.2.2	Eine Lösung ohne Meridionalzirkulation.	350
9.2.3	Der Satz von Hide	351
9.2.4	Eine vereinfachte Beschreibung der Hadley-Zelle.	355
9.2.5	Die Sommer-Winter-Asymmetrie	366
9.2.6	Die wellengetriebene Hadley-Zirkulation	368
9.2.7	Zusammenfassung	377
9.3	Die Zirkulation in mittleren Breiten	378
9.3.1	Die Phänomenologie der Ferrel-Zelle	379
9.3.2	Wellenflüsse und barotroper Strahlstrom	382
9.3.3	Ein Zweischichtenmodell.	388
9.3.4	Die kontinuierlich geschichtete Atmosphäre	401
9.3.5	Zusammenfassung	404
9.4	Lesempfehlungen.	406
10	Schwerewellen und ihr Einfluss auf die atmosphärische Strömung	407
10.1	Einige empirische Befunde	407
10.2	Die grundlegenden Wellenmoden einer Atmosphäre in Ruhe	410
10.2.1	Bewegungsgleichungen und Energetik	410
10.2.2	Freie Wellen auf der f -Ebene in einer isothermen Atmosphäre	415
10.2.3	Zusammenfassung	430
10.3	Die Wechselwirkung zwischen mesoskaligen Schwerewellen und der synoptischskaligen Strömung	431
10.3.1	Eine Umformulierung der dynamischen Gleichungen.	431
10.3.2	Skalierung für synoptischskalige Strömung und für Trägheitsschwerewellen	432
10.3.3	Dimensionslose Gleichungen und WKB-Ansatz	442
10.3.4	Ergebnisse führender Ordnung: Gleichgewichte, Dispersions- und Polarisationsbeziehungen, Eikonalgleichungen	447
10.3.5	Die nächste Ordnung der Gleichungen	461
10.3.6	Die Wellenwirkung.	468

10.3.7	Der Welleneinfluss auf die synoptischskalige Strömung	478
10.3.8	Die Verallgemeinerung auf Schwerewellenspektren: Die Wellenwirkungsichte im Phasenraum	482
10.3.9	Erhaltungseigenschaften	485
10.3.10	Zusammenfassung	491
10.4	Kritische Niveaus und reflektierende Niveaus	493
10.4.1	Kritische Niveaus	493
10.4.2	Reflektierende Niveaus	497
10.4.3	Zusammenfassung	499
10.5	Der Einfluss von Schwerwellen auf die mittlere Atmosphäre	500
10.5.1	Erweiterung des TEM um den Effekt von Schwerewellen	500
10.5.2	Der Einfluss von Schwerewellen auf die residuelle Zirkulation und auf die zonal gemittelte Strömung	504
10.5.3	Zusammenfassung	507
10.6	Leseempfehlungen	508
11	Anhänge	511
11.1	Anhang A: Nützliche Elemente der Vektoranalysis	511
11.1.1	Der Gradient	511
11.1.2	Die Divergenz und der Satz von Gauß	511
11.1.3	Die Rotation und der Satz von Stokes	512
11.1.4	Einige Rechenregeln	512
11.1.5	Leseempfehlung	513
11.2	Anhang B: Drehungen	513
11.2.1	Leseempfehlung	516
11.3	Anhang C: Isotrope Tensoren	516
11.3.1	Isotrope Tensoren 1. Stufe	516
11.3.2	Isotrope Tensoren 2. Stufe	517
11.3.3	Isotrope Tensoren 3. Stufe	517
11.3.4	Isotrope Tensoren 4. Stufe	518
11.3.5	Leseempfehlung	521
11.4	Anhang D: Kugelkoordinaten	521
11.4.1	Die lokalen Basisvektoren	521
11.4.2	Der Gradient in Kugelkoordinaten	522
11.4.3	Die Divergenz in Kugelkoordinaten	523
11.4.4	Die Rotation in Kugelkoordinaten	524
11.4.5	Leseempfehlung	526
11.5	Anhang E: Fourier-Integrale und Fourier-Reihen	526
11.5.1	Fourier-Integrale	526
11.5.2	Fourier-Reihen	528
11.5.3	Leseempfehlung	530

11.6	Anhang F: Zonalsymmetrische Rossby-Wellen im quasigeostrophischen Zweischichtenmodell	530
11.7	Anhang G: Explizite Lösung des Anfangswertproblems der baroklinen Instabilität im quasigeostrophischen Zweischichtenmodell	532
11.8	Anhang H: Polarisationsbeziehungen des geostrophischen Modes und aller Moden auf der f -Ebene ohne Auftriebsschwankungen.	533
11.9	Anhang I: Die höheren Harmonischen eines Schwerewellenfelds in der WKB-Theorie	536
11.9.1	Ergebnisse aus der führenden Ordnung	536
11.9.2	Die Ergebnisse aus der nächsten Ordnung.	539
11.9.3	Leseempfehlungen	543
	Literatur.	545
	Stichwortverzeichnis.	551