

1	Gleichgewicht starrer Systeme	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Mechanische Grundlagen.....	4
1.2.1	Kinematik	4
1.2.2	Hypothese kleiner Verformungen und Superpositionsprinzip	6
1.2.3	Kräfte und Momente.....	7
1.2.4	Moment einer Kraft	9
1.3	Gleichgewichtsgleichungen	12
1.3.1	Dyname.....	12
1.3.2	Gleichgewicht statischer Systeme.....	13
1.4	Lagerreaktionen und Bindungen	17
1.4.1	Lager	17
1.4.2	Bindungen.....	20
1.4.3	Grad der statischen Unbestimmtheit	21
1.5	Zusammenfassende Beispiele	24
1.5.1	Berechnungsverfahren	24
1.5.2	Beispiel 1: Einfacher Balken	25
1.5.3	Beispiel 2: Dreigelenkbogen	26
1.5.4	Beispiel 3: Eingespannter Träger	29
1.5.5	Beispiel 4: Statisch unbestimmter Balken	30
2	Statisch bestimmte Stabtragwerke	33
2.1	Balkengeometrie	33
2.2	Schnittgrößen.....	35
2.2.1	Schnittdefinition	35
2.2.2	Resultierende der Schnittgrößen	37
2.2.3	Berechnungsverfahren	38

2.3	Balken in der Ebene	40
2.3.1	Definition	40
2.3.2	Orientierungs- und Vorzeichenkonventionen	40
2.3.3	Beispiel: einfach gelagerter Balken unter Einzellast	41
2.3.4	Schnittgrössendiagramme	43
2.4	Lokale Gleichgewichtsbedingungen	44
2.4.1	Gerader Balken in der Ebene	44
2.4.2	Verbindung mit den Schnittgrössendiagrammen	47
2.4.3	Räumlicher gerader Balken	49
2.5	Elementare Anwendungsbeispiele	50
2.5.1	Einfach gelagerter Balken	50
2.5.2	Kragarm	52
2.5.3	Galgen	54
3	Gekrümmte Balken, Seile und Bogen	59
3.1	Geometrie ebener Bogen	59
3.1.1	Einleitung	59
3.1.2	Frenet'sche Formeln	59
3.1.3	Parametrisierte Kurve im kartesischen Koordinatensystem	61
3.1.4	Lokales Gleichgewicht	63
3.2	Stützlinien	65
3.2.1	Einleitung	65
3.2.2	Gleichung der Stützlinie	65
3.2.3	Druckkraft	67
3.2.4	Eigengewicht	69
3.2.5	Vertikallast (Schnee)	73
3.3	Seile	74
3.3.1	Einleitung	74
3.3.2	Geometrie eines Seils unter fixierter Belastung	76
3.3.3	Anwendungen	80
3.4	Statisch bestimmter Bogen	84
3.4.1	Einleitung	84
3.4.2	Dreigelenkbogen	85
4	Elastische Fachwerke	89
4.1	Einleitung	89
4.2	Ideale Fachwerke	91
4.2.1	Hypothese	91
4.2.2	Grad der statischen Unbestimmtheit	92
4.2.3	Anwendungen	94
4.3	Berechnungsverfahren für statisch bestimmte Fachwerke	95
4.3.1	Einleitung	95

4.3.2	Knotengleichgewicht	95
4.3.3	Ritter'sche Schnittmethode	101
4.4	Prinzip der virtuellen Arbeit	103
4.4.1	Virtuelle Verschiebungen	103
4.4.2	Prinzip der virtuellen Arbeit	104
4.4.3	Anwendung: Berechnung von Lagerreaktionen	106
4.4.4	Anwendung: Berechnung von Stabkräften	108
5	Einflusslinien	111
5.1	Einführung	111
5.1.1	Allgemeines	111
5.1.2	Problemstellung	112
5.2	Direkte Berechnung anhand der Statik	112
5.2.1	Prinzip	112
5.2.2	Gerader Balken auf zwei Lagern	113
5.2.3	Fazit	115
5.3	Methode nach Land	115
5.3.1	Einleitung	115
5.3.2	Lagerreaktion	115
5.3.3	Schnittgrößen	117
5.3.4	Zusammenfassung	120
5.3.5	Verschiebungen	120
5.4	Anwendungen	121
5.4.1	Verwendung der Einflusslinien	121
5.4.2	Durchlaufträger	121
5.4.3	Fachwerk	124
5.5	Fazit	127
6	Grundlagen der Kontinuumsmechanik	129
6.1	Einführung	129
6.2	Spannungen	130
6.2.1	Einführung	130
6.2.2	Spannungstensor	132
6.2.3	Gleichgewichtsgleichungen	135
6.2.4	Eigenschaften des Spannungstensors	140
6.3	Verzerrungen	148
6.3.1	Abbildung im Kontinuum	149
6.3.2	Verzerrungstensor	151
6.3.3	Zweidimensionaler Fall: physikalische Bedeutung	156
6.4	Stoffgesetz	159
6.4.1	Einführung	159
6.4.2	Lineare Elastizität	161

6.5	Probleme der linearen Elastizität	166
6.5.1	Zusammenfassung der Gleichungen	166
6.5.2	Randbedingungen	166
6.5.3	Randwertproblem	167
6.6	Energiesätze	168
6.6.1	Prinzip der virtuellen Arbeit	168
6.6.2	Elastische Potenziale	172
6.6.3	Energiesätze	176
7	Spannungen in elastischen Balken	183
7.1	Einleitung	183
7.1.1	Motivation zur Spannungsabschätzung	183
7.1.2	Spannungsergebnisse	184
7.1.3	Zwei grundlegenden Versuche	187
7.2	Euler-Bernoulli Balken	189
7.2.1	Kinematik	189
7.2.2	Hypothese der Spannungen	192
7.3	Normalspannungen	193
7.3.1	Stoffgesetz am Balken	193
7.3.2	Navier'sche Gleichung	195
7.3.3	Kern des Querschnitts	198
7.3.4	Ergänzungsenergie bei Zug/Druck	202
7.3.5	Inkohärenz der Hypothesen der Theorie	204
7.4	Schubspannungen	205
7.4.1	Einleitung	205
7.4.2	Resultierende der Schubspannungen	206
7.4.3	Satz von Schurawski	207
7.4.4	Wirksame Schubfläche	212
7.5	Komplexe Querschnitte	213
7.5.1	Geometrische Eigenschaften des Querschnitts	214
7.5.2	Dünnwandige Querschnitte	224
7.5.3	Verbundquerschnitte	234
8	Saint-Venant'sche Torsion	241
8.1	Einleitung	241
8.2	Balken mit Vollquerschnitten	242
8.2.1	Hypothese	242
8.2.2	Balken mit Kreisquerschnitten	243
8.2.3	Balken mit beliebigen Querschnitten	248
8.2.4	Anwendungen	253
8.3	Dünnwandige Querschnitte	255
8.3.1	Schmale Rechteckquerschnitte	255
8.3.2	Offene, dünnwandige Querschnitte	257

8.3.3	Dünnwandige Hohlquerschnitte	258
8.3.4	Komplexe Querschnitte	262
9	Verformungen elastischer Balken	265
9.1	Einleitung	265
9.2	Elastische Verformung: Euler-Bernoulli Balken	266
9.2.1	Gleichgewicht, Stoffgesetz, Kinematik	266
9.2.2	Axiales Verschiebungsfeld	267
9.2.3	Querverschiebungsfeld	269
9.3	Elastische Verformung: Timoshenko Balken	274
9.3.1	Einleitung	274
9.3.2	Timoshenko Kinematik	274
9.3.3	Elastisches Stoffgesetz	275
9.3.4	Querverschiebungsfeld	278
9.3.5	Schubbalken	279
9.4	Ergänzende Beispiele	281
9.4.1	Kragarm	281
9.4.2	Beiträge der Querkraft und Biegung zu Verformungen	283
9.4.3	Beidseitig eingespannter Balken (Euler-Bernoulli Modell)...	285
10	Energiesätze für Tragwerke	289
10.1	Einleitung	289
10.2	Elastische Potenziale für Balken	290
10.2.1	Ergänzungspotenzial	290
10.2.2	Elastisches Potenzial	292
10.2.3	Kurzschreibweise des Potenzials	296
10.3	Prinzip der virtuellen Arbeit	297
10.3.1	Statisch zulässige Schnittgrößen	297
10.3.2	Virtuelles, kinematisch zulässiges Verschiebungsfeld	298
10.3.3	Arbeit der äusseren Kräfte	299
10.3.4	Arbeit der inneren Kräfte	299
10.3.5	Prinzip der virtuellen Arbeit	300
10.4	Satz von Müller-Breslau	301
10.4.1	Formulierung	301
10.4.2	Beweis mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit	302
10.4.3	Anwendungsbeispiel: einfacher Balken unter Einzellast	302
10.5	Nachgiebigkeitsmatrix	304
10.5.1	Problemstellung	304
10.5.2	Nachgiebigkeitsmatrix	305
10.5.3	Satz von Maxwell-Betti	306
10.5.4	Mohr'sche Integrale	307
10.6	Sätze von Clapeyron und Castigliano	307
10.6.1	Einleitung: lineare Feder	307

10.6.2	Satz von Clapeyron	309
10.6.3	Satz von Castigliano	310
10.6.4	Anwendungsbeispiel: einfacher Balken unter Einzellast	310
10.6.5	Alternativer Beweis des Satzes von Müller-Breslau	312
10.7	Ausgewählte Anwendungen	313
10.7.1	Statisch bestimmtes Fachwerk	313
10.7.2	Balken unter verteilter Last	316
10.7.3	Kragarm	316
10.7.4	Einflusslinien der Verschiebung	318
10.8	Komplettes Ergänzungspotenzial	319
10.8.1	Federn	320
10.8.2	Aufgezwungene Verschiebungen	320
10.8.3	Thermische Belastung	321
10.8.4	Zusammenfassung	324
10.9	Fazit	326
10.10	Anhang: Elastische Potenziale der Schubspannungen und Schiebungen	327
10.10.1	Ergänzungspotenzial der Schubspannungen (Gl. (10.6))	327
10.10.2	Elastisches Potenzial der Schiebungen (Gl. (10.29))	329
11	Kraftmethode	333
11.1	Einleitung	333
11.1.1	Statisch unbestimmte Systeme	333
11.1.2	Einführendes Beispiel	334
11.1.3	Prinzip der Kraftmethode	336
11.2	Intuitiver Ansatz zur Kraftmethode	336
11.2.1	Einleitung	336
11.2.2	Statisch zulässiges Feld	336
11.2.3	Berechnung der Verschiebungen	338
11.2.4	Verträglichkeitsbedingung	338
11.2.5	Superposition	339
11.3	Allgemeiner Ansatz zur Kraftmethode	340
11.3.1	Eingespannter Balken mit Auflager	340
11.3.2	Lösen von Bindungen	341
11.3.3	Satz von Menabrea	346
11.3.4	Superposition der Lastfälle	348
11.3.5	Fazit: Berechnungsverfahren	349
11.4	Anwendungsbeispiele	350
11.4.1	Eingespannter Balken mit Auflager	350
11.4.2	Durchlaufträger auf vier Lagern ($h = 2$)	352
11.4.3	Statisch unbestimmtes Fachwerk	356
11.4.4	Lagersetzung	358
11.4.5	Vorspannung	359

11.5	Berechnung von Verschiebungen	360
11.5.1	Einleitung	360
11.5.2	Reduktionssatz	361
11.5.3	Anwendungen	362
Anhang A: Mohr'sche Integrale		365
Bildnachweise		367
Glossar		369
Literaturverzeichnis		373
Stichwortverzeichnis		375