

Inhalt

Vorwort zur zweiten erweiterten Auflage	v
Vorwort zur ersten Auflage	vii
Einleitung	1
I Die natürlichen Zahlen	9
1. Die Peano-Axiome	9
2. Teilbarkeit und Primzahlen	16
3. Der Fundamentalsatz der elementaren Zahlentheorie	23
4. Größter gemeinsamer Teiler, kleinstes gemeinsames Vielfaches ..	26
5. Division mit Rest	31
A. Primzahlen – Ergebnisse und Vermutungen	33
II Die ganzen Zahlen	47
1. Halbgruppen und Monoide	47
2. Gruppen und Untergruppen	50
3. Gruppenhomomorphismen	57
4. Nebenklassen und Normalteiler	59
5. Faktorgruppen und Homomorphiesatz	67
6. Konstruktion von Gruppen aus regulären Halbgruppen	72
7. Die ganzen Zahlen	78
B. Die RSA-Verschlüsselung – Eine Anwendung der Zahlentheorie ..	81
III Die rationalen Zahlen	99
1. Die ganzen Zahlen und ihre Teilbarkeitslehre	99
2. Ringe und Unterringe	104
3. Ringhomomorphismen, Ideale und Faktorringe	110
4. Körper und Schiefkörper	118
5. Konstruktion von Körpern aus Integritätsbereichen	120
6. Die rationalen Zahlen	126
7. ZPE-Ringe, Hauptidealringe und Euklidische Ringe	128
C. Rationale Lösungen von Gleichungen – Ein erster Einblick	138
IV Die reellen Zahlen	151
1. Dezimalbruchentwicklung rationaler Zahlen	151
2. Konstruktion der reellen Zahlen	155
3. Dezimalbruchentwicklung reeller Zahlen	166
4. Äquivalente Charakterisierungen der Vollständigkeit	171

5.	Die reellen Zahlen und die Zahlengerade	175
6.	Der axiomatische Standpunkt	180
D.	Die p -adischen Zahlen – eine andere Vervollständigung von \mathbb{Q} ...	183
V	Die komplexen Zahlen	197
1.	Die komplexen Zahlen als reeller Vektorraum	197
2.	Komplexe Zahlen vom Betrag eins und die spezielle orthogonale Gruppe	202
3.	Der Fundamentalsatz der Algebra	205
4.	Algebraische und transzendente Zahlen	207
5.	Transzendenz von e	212
E.	Nullstellen von Polynomen – Die Suche nach Lösungsformeln ...	219
VI	Die Hamiltonschen Quaternionen	235
1.	Die Hamiltonschen Quaternionen als reeller Vektorraum	235
2.	Quaternionen vom Betrag eins und die spezielle unitäre Gruppe ..	239
3.	Quaternionen vom Betrag eins und die spezielle orthogonale Gruppe	243
F.	Zahlbereichserweiterungen – Was kommt nach den Quaternionen?247	
Lösungen zu den Aufgaben		265
Ausgewählte Literatur		291
Index		293