

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
Teil I Theoretischer Hintergrund		
2	Formatives Selbst-Assessment	13
2.1	Warum formatives Selbst-Assessment durchführen?	13
2.2	Begriffliche Grundlagen: Assessment, Diagnose und Evaluation	15
2.3	Formatives Assessment	16
2.3.1	Empirische Evidenz zur Wirksamkeit	20
2.3.2	Lernförderliches Feedback	22
2.3.3	Konzeptualisierung von formativem Assessment	26
2.4	Selbst-Assessment	33
2.4.1	Exkurs: Metakognition, Selbstregulation und SRL	37
2.4.2	Empirische Evidenz zur Wirksamkeit	42
2.4.3	Empirische Evidenz zur Qualität	47
2.5	Formatives Selbst-Assessment	52
3	Funktionales Denken	59
3.1	Warum funktionales Denken fördern?	59
3.2	Begriffliche Grundlagen und mathematische Spezifizierung	60
3.2.1	Funktionale Zusammenhänge, funktionale Abhängigkeiten und Funktionen	61
3.2.2	Der Funktionsbegriff und seine curriculare Verankerung	62

3.3	Funktionales Denken: Ein didaktisches Konzept	65
3.3.1	Erste Definitionen funktionalen Denkens	65
3.3.2	Exkurs: Zwei Theorien zur Sinnzuschreibung mathematischer Inhalte: Grundvorstellungen und Concept Images	69
3.3.3	Grundvorstellungen und Anwendungsbezug als integrale Bestandteile funktionalen Denkens	73
3.4	Entwicklung der Kovariationsvorstellung	76
3.5	Entwicklung funktionalen Denkens im Lernprozess	79
3.6	Darstellungen	84
3.6.1	Externe und interne Darstellungen	86
3.6.2	Deskriptionale und depiktionale Darstellungen	87
3.6.3	Arten von Funktionsdarstellungen	88
3.7	Darstellungswechsel	93
3.7.1	Arten von Darstellungswechseln	94
3.7.2	Kognitive Aktivitäten beim Wechsel zwischen Funktionsdarstellungen	95
3.7.3	Schwierigkeit von Darstellungswechseln	100
3.8	Typische Fehler und Fehlvorstellungen	105
3.8.1	Graph-als-Bild Fehler	107
3.8.2	Falsche Achsenbezeichnung	110
3.8.3	Fehlerhafte Skalierung	112
3.8.4	Missachtung der Eindeutigkeit einer Funktion	112
3.8.5	Übergeneralisierungen, Funktionsprototypen und die Illusion der Linearität	114
3.8.6	Zeitunabhängige Situationen	118
3.8.7	Punkt-Intervall-Verwechslung	119
3.8.8	Steigungs-Höhe-Verwechslung	120
3.9	Funktionales Denken beim situativ-graphischen Darstellungswechsel	122
4	Digitale Medien	129
4.1	Warum digitale Medien nutzen?	129
4.2	Begriffliche Grundlagen und die instrumentale Genese	131
4.3	Potentiale und Gefahren digitaler Medien für die Unterstützung formativer Selbst-Assessments	134
4.3.1	Einsatz digitaler Medien zum formativen Assessment	135
4.3.2	Einsatz digitaler Medien zum Selbst-Assessment	139

4.3.3	Neue Aufgabenformate	149
4.3.4	Hyperlinkstruktur	152
4.4	Potentiale und Gefahren digitaler Medien für die Ausbildung funktionalen Denkens	153
4.4.1	Entlastung von Routinetätigkeiten	153
4.4.2	Schnelle Verfügbarkeit von Darstellungen	156
4.4.3	Simultane Anzeige multipler Darstellungen	159
4.4.4	Dynamisierung	162
4.4.5	Interaktivität	166
4.4.6	Verlinkung von Darstellungen	170
4.4.7	Lenkung des Handelns	178
4.5	Einsatz digitaler Medien zum formativen Selbst-Assessment funktionalen Denkens	181

Teil II Empirische Untersuchung

5	Rahmen der forschungsbasierten Toolentwicklung	187
5.1	Forschungsinteresse	187
5.1.1	Zielsetzung der Studie	187
5.1.2	Forschungsfragen	192
5.2	Zugrundeliegende Forschungsprojekte	193
5.2.1	Das EU-Projekt FaSMED	193
5.2.2	Bildungsgerechtigkeit im Fokus	194
5.3	Fachdidaktische Entwicklungsforschung	195
5.4	Studiendesign	196
5.5	Methode der Datenerhebung: aufgabenbasierte Interviews und lautes Denken	202
5.5.1	Theoretische Grundlagen zur Erhebungsmethode	203
5.5.2	Datenerhebung in der vorliegenden Studie	204
5.6	Methode der Datenauswertung: Qualitative Inhaltsanalyse	206
5.6.1	Theoretische Grundlagen zur Auswertungsmethode	206
5.6.2	Datenauswertung in der vorliegenden Studie	208
5.6.3	Güte der Auswertungsmethode	235
6	Erster Entwicklungszyklus (Papierversion)	243
6.1	Zielsetzung	243
6.2	Das SAFE Tool: Papierversion	244
6.2.1	Toolstruktur	244
6.2.2	Überprüfen (A1.1)	247

6.2.3	Check (A1.2)	251
6.2.4	Gut zu wissen (A2.1–A2.5)	253
6.2.5	Üben (A3.1–A3.8)	257
6.2.6	Erweitern (A4)	273
6.3	Datenerhebung: Stichprobe und Durchführung	275
6.4	Analyse der aufgabenbasierten Interviews	277
6.4.1	F1a: Fähigkeiten und Vorstellungen beim situativ-graphischen Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge	277
6.4.2	F1b: Fehler und Schwierigkeiten beim situativ-graphischen Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge	283
6.4.3	F2: Rekonstruktion formativer Selbst-Assessmentprozesse	289
6.4.4	F3: Einfluss der Toolnutzung auf das a) funktionale Denken und b) formative Selbst-Assessment der Lernenden	297
6.5	Expertenbefragung	326
6.6	Fazit zum ersten Entwicklungszyklus	328
6.6.1	Implikationen für die Weiterentwicklung des SAFE Tools	328
6.6.2	Reflexion der Methode zur Datenerhebung	329
7	Zweiter Entwicklungszyklus (TI-Nspire™ Version)	333
7.1	Zielsetzung	333
7.2	Das SAFE Tool: TI-Nspire™ Version	334
7.2.1	Toolstruktur	335
7.2.2	Überprüfen	337
7.2.3	Check	341
7.2.4	Info	343
7.2.5	Üben	352
7.2.6	Erweitern	365
7.3	Datenerhebung: Stichprobe und Durchführung	366
7.4	Analyse der aufgabenbasierten Interviews	367
7.4.1	F1a: Fähigkeiten und Vorstellungen beim situativ-graphischen Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge	368

7.4.2	F1b: Fehler und Schwierigkeiten beim situativ-graphischen Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge	372
7.4.3	F2: Rekonstruktion formativer Selbst-Assessmentprozesse	376
7.4.4	F3: Einfluss der Toolnutzung auf das a) funktionale Denken und b) formative Selbst-Assessment der Lernenden	383
7.5	Klassenbefragungen	406
7.6	Implikationen zur Weiterentwicklung des SAFE Tools	408
8	Dritter Entwicklungszyklus (iPad App)	411
8.1	Zielsetzung	411
8.2	Das SAFE Tool: iPad Applikation	412
8.2.1	Toolstruktur	413
8.2.2	Test	415
8.2.3	Check	418
8.2.4	Info	420
8.2.5	Üben	425
8.2.6	Erweitern	439
8.3	Datenerhebung: Stichprobe und Durchführung	440
8.4	Analyse der aufgabenbasierten Interviews	442
8.4.1	F1a: Fähigkeiten und Vorstellungen beim situativ-graphischen Darstellungswechsel	442
8.4.2	F1b: Fehler und Schwierigkeiten beim situativ-graphischen Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge	453
8.4.3	F2: Rekonstruktion formativer Selbst-Assessmentprozesse	464
8.4.4	F3: Einfluss der Toolnutzung auf das a) funktionale Denken und b) formative Selbst-Assessment der Lernenden	490
8.5	Implikationen zur möglichen Weiterentwicklung des SAFE Tools	530
9	Zusammenfassung und Diskussion	535
9.1	Zusammenfassung und Diskussion zentraler Ergebnisse	535

9.1.1	Welche a) Fähigkeiten und Vorstellungen sowie b) Fehler und Schwierigkeiten zeigen Lernende beim situativ-graphischen Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge?	536
9.1.2	Welche formativen Selbst-Assessmentprozesse können rekonstruiert werden, wenn Lernende mit einem digitalen Selbstdiagnose-Tool arbeiten?	544
9.1.3	Inwiefern unterstützt die Nutzung eines digitalen Selbstdiagnose-Tools Lernende in ihrem a) funktionalen Denken sowie b) formativen Selbst-Assessment?	550
9.2	Methodische Stärken und Grenzen der vorliegenden Studie	557
Teil III Resümee		
10	Fazit und Ausblick	563
10.1	Fazit	563
10.2	Ausblick	570
10.2.1	Erweiterung des Tooldesigns: Integration einer Lehrerseite	570
10.2.2	Konsequenzen für die Praxis	573
10.2.3	Weiterführende Forschungsfragen	574
Literaturverzeichnis		577