

Inhaltsverzeichnis

1	Zahlen	1
1.1	Die reellen Zahlen	1
1.2	Ordnungsrelation und Arithmetik auf \mathbb{R}	5
1.3	Maschinenzahlen	8
1.4	Rundung	9
1.5	Übungen	11
2	Reellwertige Funktionen	13
2.1	Grundbegriffe	13
2.2	Einige elementare Funktionen	17
2.3	Übungen	22
3	Trigonometrie	25
3.1	Winkelfunktionen am Dreieck	25
3.2	Fortsetzung der Winkelfunktionen auf \mathbb{R}	28
3.3	Zyklotomische Funktionen	30
3.4	Übungen	33
4	Komplexe Zahlen	35
4.1	Der komplexe Zahlbegriff	35
4.2	Die komplexe Exponentialfunktion	38
4.3	Abbildungseigenschaften komplexer Funktionen	39
4.4	Übungen	41
5	Folgen und Reihen	43
5.1	Der Begriff einer unendlichen Folge	43
5.2	Die Vollständigkeit der reellen Zahlen	49
5.3	Unendliche Reihen	51
5.4	Ergänzung: Häufungswerte von Folgen	55
5.5	Übungen	58

XII Inhaltsverzeichnis

6 Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	61
6.1 Der Begriff der Stetigkeit	61
6.2 Trigonometrische Grenzwerte	65
6.3 Nullstellen stetiger Funktionen	67
6.4 Übungen	69
7 Die Ableitung einer Funktion	71
7.1 Motivation	71
7.2 Die Ableitung	73
7.3 Interpretationen der Ableitung	77
7.4 Ableitungsregeln	79
7.5 Numerische Ableitung	84
7.6 Übungen	89
8 Anwendungen der Ableitung	91
8.1 Kurvendiskussion	91
8.2 Das Newtonverfahren	96
8.3 Regressionsgerade durch den Ursprung	101
8.4 Übungen	103
9 Fraktale und L-Systeme	107
9.1 Fraktale	107
9.2 Mandelbrot-Mengen	114
9.3 Julia-Mengen	115
9.4 Das Newtonverfahren in \mathbb{C}	116
9.5 L-Systeme	118
9.6 Übungen	121
10 Stammfunktionen	123
10.1 Unbestimmte Integrale	123
10.2 Integrationsformeln	126
10.3 Übungen	129
11 Bestimmte Integrale	131
11.1 Das Riemannintegral	131
11.2 Hauptsätze der Differential- und Integralrechnung	137
11.3 Anwendungen des bestimmten Integrals	139
11.4 Übungen	142
12 Taylorreihen	145
12.1 Die Formel von Taylor	145
12.2 Der Satz von Taylor	149
12.3 Anwendungen der Taylorformel	150
12.4 Übungen	152

13 Numerische Integration	153
13.1 Quadraturformeln	153
13.2 Genauigkeit und Aufwand	157
13.3 Übungen	159
14 Kurven	161
14.1 Parametrisierte Kurven in der Ebene	161
14.2 Bogenlänge und Krümmung	168
14.3 Ebene Kurven in Polarkoordinaten	174
14.4 Parametrisierte Kurven im Raum	176
14.5 Übungen	178
15 Skalarwertige Funktionen in zwei Veränderlichen	181
15.1 Graph und Schnittkurven	181
15.2 Stetigkeit	183
15.3 Partielle Ableitungen	184
15.4 Die totale Ableitung	187
15.5 Richtungsableitung und Gradient	192
15.6 Die Taylorformel in zwei Veränderlichen	194
15.7 Lokale Maxima und Minima	195
15.8 Übungen	198
16 Vektorwertige Funktionen in zwei Veränderlichen	201
16.1 Vektorfelder und Jacobimatrix	201
16.2 Das Newtonverfahren in zwei Variablen	203
16.3 Parametrisierte Flächenstücke	205
16.4 Übungen	207
17 Integralrechnung in zwei Veränderlichen	209
17.1 Das Bereichsintegral	209
17.2 Anwendungen des Bereichsintegrals	215
17.3 Die Transformationsformel	217
17.4 Übungen	221
18 Lineare Regression	223
18.1 Einfache lineare Regression	223
18.2 Rudimente der Varianzanalyse	229
18.3 Multiple lineare Regression	233
18.4 Modellanpassung und Variablenwahl	235
18.5 Übungen	239
19 Differentialgleichungen	241
19.1 Anfangswertprobleme	241
19.2 Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	243

XIV Inhaltsverzeichnis

19.3 Existenz und Eindeutigkeit der Lösung	249
19.4 Potenzreihenansatz	251
19.5 Qualitative Theorie	253
19.6 Übungen	255
20 Systeme von Differentialgleichungen	257
20.1 Systeme linearer Differentialgleichungen	257
20.2 Systeme nichtlinearer Differentialgleichungen	267
20.3 Übungen	273
21 Numerik von Differentialgleichungen	275
21.1 Das explizite Eulerverfahren	275
21.2 Stabilität und steife Probleme	278
21.3 Systeme von Differentialgleichungen	280
21.4 Übungen	282
A Anhang: Vektorrechnung	283
A.1 Kartesische Koordinatensysteme	283
A.2 Vektoren	284
A.3 Vektoren im kartesischen Koordinatensystem	284
A.4 Das innere Produkt (Skalarprodukt)	286
A.5 Das äußere Produkt (Kreuzprodukt)	288
A.6 Geraden in der Ebene	289
A.7 Ebenen im Raum	290
A.8 Geraden im Raum	291
B Anhang: Matrizen	293
B.1 Matrizenrechnung	293
B.2 Kanonische Form von Matrizen	297
C Anhang: Ergänzungen zur Stetigkeit	303
C.1 Stetigkeit der Umkehrfunktion	303
C.2 Grenzfunktionen von Funktionenfolgen	304
C.3 Die Exponentialreihe	307
C.4 Lipschitz- und gleichmäßige Stetigkeit	310
D Beschreibung der beiliegenden CD-ROM	315
D.1 Java-Applets	315
D.2 <i>Source codes</i> in MATLAB und maple	316
D.3 Die Galerie von mathe-online	316
D.4 Kurzanleitung zur Installation der Java-Plugins	317
Literaturverzeichnis	319
Sachverzeichnis	321