

Inhaltsverzeichnis

1	Der Anfang ist leicht	1
1.1	Etwas Logik	1
1.2	Natürliche Zahlen und vollständige Induktion	3
1.3	Kombinatorik	7
1.4	Mächtigkeit von Mengen	11
1.5	Aufgaben	15
2	Graphen und Polyeder	19
2.1	Graphen und Eulersche Polyederformel	19
2.2	Die platonischen Körper	22
2.3	Kombinatorische Probleme auf Graphen	24
2.4	Ramsey-Zahlen	29
2.5	Aufgaben	32
3	Algebra und Zahlentheorie	35
3.1	Grundlegende Sätze der elementaren Zahlentheorie	35
3.2	Stellenwertsysteme und Teilbarkeitsregeln	39
3.3	Gruppen	44
3.4	Restklassenkörper und der Satz von Wilson	48
3.5	Geheimcodes	49
3.6	Aufgaben	54
4	Wie löst man Mathematik-Aufgaben?	59
4.1	Themen	59
4.2	Methoden	68
4.3	Psychologie	72
4.4	Hilfsmittel aus der Analysis: Konvexität	75
4.5	Aufgaben	77

5	Stochastik	83
5.1	Wahrscheinlichkeit und Statistik im Alltag	83
5.2	Paradoxien der Wahrscheinlichkeitsrechnung	85
5.3	Glücksspiele	90
5.3.1	Roulette	90
5.3.2	Lotto	91
5.3.3	Wetten	92
5.3.4	Black Jack	93
5.4	Die Monte-Carlo-Methode	98
5.4.1	Bestimmung des Kugelvolumens	99
5.4.2	Berechnung von Finanz-Derivaten	101
5.5	Aufgaben	104
6	Kombinatorische Spieltheorie	107
6.1	Nim	108
6.2	Kombinatorische Spiele als halbgeordnete kommutative Gruppe	109
6.3	Zahlenwerte des Schwarz-Weiß-Nims	113
6.4	Das Kamasutra der kombinatorischen Spiele	115
6.5	Neutrale Spiele	118
6.6	Die Sprague-Grundy-Theorie der neutralen Spiele	121
6.7	Aufgaben	125
7	Strategische Spiele	129
7.1	Zweipersonen-Nullsummenspiele	129
7.2	Nichtnullsummen- und Mehrpersonenspiele	135
7.3	Das Verhandlungsproblem	138
7.4	Evolutionäre Spieltheorie	140
7.5	Aufgaben	142
8	Escher-Parkettierungen	145
8.1	Einführung	145
8.2	Die 17 ebenen kristallographischen Gruppen	149
8.3	Graphentheoretische Klassifikation von Parketten	154
8.4	Die 28 grundlegenden Escher-Parkette	154
8.5	Analyse einiger bekannter Bilder	166

8.6	Parkettierungen der hyperbolischen Ebene	171
8.7	Aufgaben	174
9	Logik und Berechenbarkeit	177
9.1	Die Gödelschen Sätze	177
9.2	Die Turing-Maschine	182
9.3	Die Unentscheidbarkeit des Wort-Problems für Semi-Thue-Systeme	189
9.4	Nichtdeterministische Turing-Maschinen und das $P = NP$ -Problem	191
9.5	Die Prädikatenlogik	193
9.6	Aufgaben	204
10	Chaos und Fraktale	205
10.1	Die Cantor-Menge	205
10.2	Die diskrete logistische Gleichung	207
10.3	Mandelbrot- und Julia-Mengen	211
10.4	Hilfsmittel aus der reellen Analysis	216
10.5	Komplexe Zahlen	225
10.6	Aufgaben	229
11	Literaturhinweise und Lösung der Aufgaben	231
11.1	Weiterführende Literatur	231
11.2	Lösung der Aufgaben	233
Literaturverzeichnis		259
Index		263