

1	Einleitung	1
1.1	Grundlegende Problemstellung und Lösungsmethoden	1
1.2	Vorgehensweise bei Berechnungsaufgaben	4
1.3	Einsatzgebiete der Finite-Elemente-Methode	4
1.4	Literaturverzeichnis	6
2	Einführung in die lineare FEM	7
2.1	Grundgedanke der FEM am Beispiel des Stabs	8
2.1.1	Mathematische Beschreibung des physikalischen Systems	8
2.1.2	Diskretisierung in Finite Elemente	11
2.1.3	Berechnung der Elementmatrizen	13
2.1.4	Zusammenbau des Gesamtsystems	14
2.2	Diskretisierung eines Fachwerks	17
2.2.1	Diskretisierung in Finite Elemente	17
2.2.2	Transformation von lokalen auf globale Koordinaten	18
2.2.3	Zusammenbau des Gleichungssystems	21
2.2.4	Einbringen von Randbedingungen und äußeren Lasten	24
2.2.5	Lösen des Gleichungssystems	24
2.3	Beispiel: Stab mit veränderlichem Querschnitt	26
2.4	Aufgaben	29
3	Mechanische Größen der Strukturmechanik	31
3.1	Formulierung des Randwertproblems	31
3.2	Spannungszustand	33
3.2.1	Spannungsdeviator	36
3.3	Zugeordneter Verzerrungszustand	37
3.4	Gleichgewichtsbedingungen	39
3.5	Voigt-Notation	40
3.6	Verallgemeinertes linear-elastisches Materialgesetz nach Hooke	41
3.7	Ebener Spannungs- und Verzerrungszustand	42
3.8	Aufgaben	43
3.9	Literaturverzeichnis	44

4	Mathematische Modellierung über Energieprinzipien	45
4.1	Prinzip vom Minimum des Gesamtpotenzials	45
4.1.1	Einführungsbeispiel	46
4.1.2	Gesamtpotenzial eines Stabs	49
4.1.3	Allgemeines Prinzip vom Minimum des Gesamtpotenzials	51
4.2	Prinzip der virtuellen Verschiebung	52
4.3	Methode der gewichteten Residuen am Beispiel des Stabs	58
4.4	Literaturverzeichnis	60
5	Diskretisierung mit finiten Elementen	61
5.1	Definition des Näherungsansatzes für ein Element	62
5.1.1	Formfunktionsmatrix	62
5.1.2	Näherungsansatz für Verzerrungen und Spannungen	64
5.2	Diskretisierung des Prinzips vom Minimum des Gesamtpotenzials	65
5.3	Diskretisierung des Prinzips der virtuellen Verschiebung	67
5.4	Aufbau des Gesamtgleichungssystems	69
5.4.1	Eigenschaften der Gesamtsteifigkeitsmatrix	71
5.5	Einbringen von Randbedingungen	72
5.6	Lösung linearer Gleichungssysteme	74
5.6.1	Direkte Gleichungslöser	74
5.6.2	Iterative Gleichungslöser	78
5.6.3	Modellreduktionstechniken	79
5.7	Aufgaben	81
5.8	Literaturverzeichnis	82
6	Finite-Elemente-Klassen	83
6.1	Klassifizierung von Elementen	83
6.2	Isoparametrisches Konzept	85
6.3	Eindimensionale Elemente	89
6.3.1	Zweiknotiges lineares Stabelement	90
6.3.2	Dreiknotiges quadratisches Stabelement	92
6.3.3	Balkenelemente	93
6.4	Zweidimensionale Elemente	101
6.4.1	Scheibenelement	102
6.4.2	Schalenelemente	110
6.5	Dreidimensionale Elemente	115
6.5.1	Hexaederelemente	115
6.5.2	Pentaederelemente	117
6.5.3	Tetraederelemente	117
6.6	Aufgaben	118
6.7	Literaturverzeichnis	119
7	Mathematische und numerische Aspekte der FEM	121
7.1	Mathematische Anforderungen an Finite Elemente	121
7.1.1	Bedingungen für die Konvergenz der Lösung	121
7.1.2	Verfahren zur Reduktion des Diskretisierungsfehlers	123

7.2	Numerische Integration	127
7.2.1	Newton-Cotes-Quadratur	128
7.2.2	Gauß-Quadratur	130
7.2.3	Mehrdimensionale Integrale	132
7.2.4	Anwendungshinweise zum Integrationsverfahren	135
7.3	Elementversteifung (<i>Locking</i>)	136
7.3.1	Beschreibung des Locking-Effekts	137
7.3.2	Maßnahmen zur Vermeidung von Elementversteifung	138
7.3.3	Null-Energie-Moden	141
7.4	Praxis-Hinweise zur Modellierung	143
7.4.1	Vernetzungsmethoden	143
7.4.2	Anforderungen an die Elementauswahl und Vernetzung	144
7.4.3	Ausnutzung von Symmetrien bei der Vernetzung	146
7.5	Aufgaben	148
7.6	Literaturverzeichnis	148
8	Lineare zeitabhängige FEM	149
8.1	Herleitung der dynamischen FEM über virtuelle Verschiebungen	150
8.2	Numerische Modalanalyse	151
8.2.1	Modale Transformation der homogenen Bewegungsgleichung	155
8.2.2	Modale Reduktion	156
8.2.3	Näherungsweise Berechnung des Eigenwertproblems	157
8.2.4	Anwendungsgebiete der Modalanalyse	159
8.3	Berücksichtigung von Dissipationseffekten	160
8.3.1	Proportionale und modale Dämpfung	161
8.4	Frequenzganganalyse	164
8.5	Aufgaben	167
8.6	Literaturverzeichnis	168
9	Geometrische Nichtlinearität	169
9.1	Einführung zur geometrischen Nichtlinearität	170
9.2	Kinematische Beschreibung	171
9.2.1	Konfigurationen	171
9.2.2	Deformations- und Verschiebungsgradient	173
9.3	Beispiele eindimensionaler Verzerrungsmaße	175
9.3.1	Eigenschaften der Verzerrungsmaße	178
9.4	Allgemeine nichtlineare Verzerrungsmaße	179
9.5	Zeitliche Ableitungen der Deformation	182
9.6	Transformation von Volumen- und Flächenelementen	186
9.7	Spannungsmaße bei nichtlinearer Betrachtung	187
9.8	Energieprinzipien in nichtlinearer Form	189
9.8.1	Upgedatete-Lagrange-Formulierung	190
9.8.2	Totale-Lagrange-Formulierung	192
9.8.3	Diskretisierung	193
9.9	Aufgaben	196
9.10	Literaturverzeichnis	196

10	Materielle Nichtlinearität	197
10.1	Übersicht über konstitutive Beziehungen	198
10.2	Eindimensionales, zeitunabhängiges, elastoplastisches Verhalten	200
10.2.1	Mathematische Formulierung	201
10.3	Mehrachsiges dehnratenunabhängige Elastoplastizität	209
10.3.1	Fließbedingung	210
10.3.2	Fließregel	215
10.3.3	Verfestigungsgesetz	217
10.3.4	Konsistenzbedingung und die Materialtangente	218
10.3.5	Assoziative J_2 -Plastizität	219
10.3.6	Berücksichtigung der Dehnratenabhängigkeit	223
10.4	Numerische Umsetzung der J_2 -Plastizität	224
10.5	Aufgaben	228
10.6	Literaturverzeichnis	228
11	Kontaktmodellierung	229
11.1	Grundlegende Begriffe	230
11.1.1	Bedingung für Normalkontakt	231
11.1.2	Behandlung von tangentialem Gleiten	233
11.2	Verfahren zur Kontaktdetektion	234
11.3	Kontaktformulierungen	237
11.3.1	Kinematische Zwangsbedingungen (<i>Multi-Point-Constraint</i>)	238
11.3.2	Penalty-Verfahren	238
11.3.3	Lagrange-Multiplikator-Verfahren	241
11.3.4	Augmented-Lagrange-Verfahren	241
11.4	Literaturverzeichnis	242
12	Gleichungslösung bei nichtlinearen statischen Problemen	243
12.1	Newton-Raphson-Verfahren	244
12.2	Anwendung des Verfahrens auf die FEM	245
12.2.1	Linearisierung	247
12.2.2	Inkrementell-iteratives Verfahren	249
12.2.3	Konvergenz des Newton-Raphson-Verfahrens	250
12.2.4	Hinweis zur Zeitabhängigkeit	251
12.3	Weitere Verfahren für nichtlineare Gleichungssysteme	252
12.4	Aufgaben	255
12.5	Literaturverzeichnis	255
13	Zeitintegration von nichtlinearen dynamischen Problemen	257
13.1	Einführung	258
13.2	Implizite Zeitintegration nach dem Newmark- β -Verfahren	261
13.2.1	Erweiterte Verfahren	265
13.3	Explizite Zeitintegration nach dem zentralen Differenzenverfahren	266
13.3.1	Praktische Umsetzung des Verfahrens	271
13.3.2	Punktmassenmatrix	272
13.3.3	Nutzung quadratischer Ansatzfunktionen in expliziten Verfahren	273

13.3.4	Stabilitätskriterium	273
13.3.5	Maßnahmen zur Reduktion der Rechenzeit	277
13.3.6	Dynamische Relaxation	278
13.4	Gegenüberstellung der beiden Zeitintegrationsverfahren	279
13.5	Aufgaben	281
13.6	Literaturverzeichnis	281
14	Blechumformsimulation	283
14.1	Grundlagen der Blechumformung	283
14.1.1	Ablauf einer Blechumformung	284
14.1.2	Mechanische Größen in der Blechumformung	286
14.1.3	Materialmodellierung bei Blechwerkstoffen	287
14.1.4	Herstellbarkeitsbewertung und Versagensarten	291
14.2	Explizite Simulation des Tiefziehens	292
14.2.1	Beispielmodell	294
14.2.2	Zeitsteuerung und allgemeine numerische Parameter	297
14.2.3	Ausgabesteuerung	300
14.2.4	Definition von Bauteilen, Elementtypen und Materialien	301
14.2.5	Definition der Umformkontakte	303
14.2.6	Erstellen der Randbedingungen	304
14.2.7	Durchführung einer Berechnung	310
14.2.8	Einführung in die Ergebnisauswertung einer Umformsimulation ..	312
14.3	Statisch-implizite Aufsprung-Simulation	314
14.3.1	Genereller Modellaufbau	315
14.3.2	Implizite Steuerkarten	316
14.3.3	Auswertung der Ergebnisse	320
14.4	Literaturverzeichnis	322
A	Mathematische Hilfsmittel	323
A.1	Matrizenrechnung und Matrixschreibweise	323
A.2	Tensor- und Indexnotation	326
A.3	Einheitensysteme	328
A.4	Literaturverzeichnis	328
B	Einführung in die Simulation mit LS-DYNA	329
B.1	Genereller Aufbau einer Keyword-Datei	329
B.2	Beispiel: Aufprall einer Kugel auf eine deformierbare Platte	330
B.2.1	Zeitsteuerung und allgemeine Parameter	331
B.2.2	Ausgabesteuerung	331
B.2.3	Bauteildefinition	333
B.2.4	Kontaktdefinition	336
B.2.5	Definition der Randbedingungen	337
B.2.6	Knotenkoordinaten und Inzidenztabelle	337
	Lösungen zu den Aufgaben	339
	Sachwortverzeichnis	365