

1	Folgen und Grenzwerte: Was verrät mir die verzwickte Grenzwertdefinition?.....	1
1.1	Folgen.....	2
1.1.1	Beispiele für Folgen	5
1.1.2	Eigenschaften von Folgen	10
1.2	Die gefürchtete Grenzwertdefinition	14
1.2.1	Beispielfolge $(g_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $g_n = \frac{1}{n}$	17
1.2.2	Beispielfolge $(b_n)_{n=0}^{\infty}$ mit $b_n = \frac{1}{2^n}$	18
1.2.3	Beispielfolge $(c_n)_{n=0}^{\infty}$ mit $c_n = (-1)^n$	19
1.2.4	Noch eine Beispielfolge	20
1.3	Kleine Beweise	24
1.4	Typische Grenzwerte	29
1.4.1	Die Folge $(r_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $r_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	31
1.4.2	Die Folge $(w_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $w_n = \sqrt[n]{n}$	35
1.4.3	Die rekursiv definierte Folge $(d_n)_{n=0}^{\infty}$	36
1.4.4	Der Grenzwert $a = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$	40
1.5	Noch mehr Begriffe	41
1.5.1	Landau'sches Ordnungssymbol.....	42
1.5.2	Häufungspunkte	43
2	Reihen: Wie kann man unendlich viele Zahlen addieren?.....	45
2.1	Der Begriff der Reihe	46
2.2	Prominente Reihen	54
2.2.1	Die geometrische Reihe	54
2.2.2	Die Exponentialreihe	56
2.2.3	Die harmonische Reihe.....	59
2.3	Konvergenzkriterien.....	61
2.3.1	Quotientenkriterium	64
2.3.2	Wurzelkriterium	67
2.3.3	Leibniz-Kriterium	68

3 Komplexe Zahlen: Wie rechnet man mit etwas, das es nicht gibt? ...	71
3.1 Tun wir mal so, als ob.....	72
3.2 Komplexe Zahlen.....	74
3.2.1 Kartesische Darstellung	76
3.2.2 Polardarstellung.....	79
3.3 Wurzeln und der Hauptsatz der Algebra	81
4 Funktionen: Sind eine Eheschließung und ein Ehepaar dasselbe?....	85
4.1 Funktion oder Abbildung	86
4.1.1 Definition einer Funktion	88
4.1.2 Noch abstraktere Definition einer Funktion	91
4.2 Eigenschaften von Funktionen.....	93
4.3 Umkehrabbildung	96
5 Stetigkeit: Kann man einen Strich nur einen Punkt lang zeichnen?	101
5.1 Wasserhahn und Duschetemperatur	102
5.1.1 Folgenkriterium.....	104
5.1.2 ε - δ -Kriterium	105
5.1.3 Definition oder Satz	107
5.2 Punktbegriff und stetige Funktion	108
5.3 Eigenschaften stetiger Funktionen.....	110
5.3.1 Zwischenwertsatz.....	110
5.3.2 Maximum auf abgeschlossenen Intervallen	113
6 Vektoren und Vektorräume: Wissen Mathematiker nicht, was ein Vektor ist?	117
6.1 Algebraische Strukturen	118
6.1.1 Skalare und Körper	119
6.1.2 Vektorräume und Vektoren	121
6.1.3 Beispiele für Vektorräume	124
6.2 Linearkombination und lineare Hülle	126
7 Lineare Unabhängigkeit: Kann man mit Vektoren alles machen?....	129
7.1 Übergeneralisierung als typischer Fehler	130
7.2 Lineare Unabhängigkeit von Vektoren	133
7.3 Andere Operationen mit Vektoren	139
8 Lineare Abbildungen: Ist die Reihenfolge von Handlungen vertauschbar?	143
8.1 Vertauschbare und nicht vertauschbare mathematische Handlungen	144
8.2 Lineare Abbildungen	147
8.2.1 Lineare Abbildungen in Euklidischen Räumen	149
8.2.2 Weitere lineare Operationen.....	153
8.3 Und wozu jetzt genau?	155

9 Kern und Bild: Sind Sonne und Schatten mathematische Gebilde?	157
9.1 Kern und Bild einer linearen Abbildung	157
9.2 Aussagen über lineare Abbildungen.....	163
9.2.1 Wirkung und Darstellung einer linearen Abbildung	163
9.2.2 Injektive und surjektive lineare Abbildungen	165
9.3 Unterbestimmte Gleichungssysteme	166
10 Eigenwerte und Eigenvektoren: Was ist eigen am Eigenwert?	171
10.1 Einführende Betrachtungen	171
10.2 Eigenvektoren als konservierte Richtungen	174
10.2.1 Mathematische Definition	174
10.2.2 Ein verdrehtes Beispiel	175
10.2.3 Projektion	178
10.2.4 Drehung	180
10.3 Ausblick auf Schwingungen	183
10.3.1 Federschwinger	183
10.3.2 Schwingende Saite.....	184
11 Taylor-Entwicklung: Kann Mathematik prophezeien?	191
11.1 Vorhersagen.....	192
11.2 Taylor-Polynome und Taylor-Reihe	195
11.2.1 Die Vorhersage auf mathematisch	196
11.2.2 Restglied	201
11.2.3 Exponential- und Sinusreihe	205
11.3 Regel von de l'Hospital	206
12 Landau-Symbole: Warum sollte man ungenau rechnen?	211
12.1 Zeitbedarf von Algorithmen	212
12.2 Differenzenquotienten und Restglieder	215
12.3 Ein Wort zum Schluss.....	217
Anhang A: Differenzial- und Integralrechnung	219
A.1 Differenzieren	219
A.2 Integrieren	224
Anhang B: Symbole	229
Stichwortverzeichnis	233