

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	1
<b>Teil I Theoretischer Hintergrund zu Begründungsprozessen in einem empirisch-gegenständlichen Mathematikunterricht</b>		
<b>2</b>	<b>Konstruktivistische Lerntheorie</b> .....	9
2.1	Konstruktivistische Lerntheorie in der Mathematikdidaktik .....	9
2.1.1	Ernst von Glasersfeld und der Radikale Konstruktivismus .....	10
2.1.2	Heinrich Bauersfeld und der Interaktionismus .....	18
2.2	Bereichsspezifität von Wissen .....	25
2.2.1	Microworlds nach Robert W. Lawler .....	26
2.2.2	Subjektive Erfahrungsbereiche nach Heinrich Bauersfeld .....	30
<b>3</b>	<b>Auffassungen von Mathematik</b> .....	37
3.1	Präzisierung des Begriffs der Auffassung .....	42
3.2	Empirische und formalistische Auffassungen von Mathematik .....	47
3.2.1	Empirische und formalistische Auffassung am Beispiel der reellen Zahlen .....	47
3.2.2	Historische Entwicklung der Auffassungen von Mathematik .....	57
3.2.3	Eine lerntheoretische und entwicklungspsychologische Perspektive auf Mathematikauffassungen .....	64
3.3	Das strukturalistische Theorienkonzept .....	69
		XIII

<b>4</b>	<b>Begründungen in einer formalistischen und empirischen Mathematik</b> .....	75
4.1	Begriffliche Grundlagen – Begründung, Argumentation und Beweis .....	75
4.2	Erkenntniswege in empirischen Wissenschaften und einer formalistischen Mathematik .....	81
4.2.1	Funktionen von Begründungen .....	83
4.2.2	Erkenntnisprozesse in empirischen Wissenschaften .....	85
4.2.3	Erkenntnisprozesse in einer formalistischen Mathematik .....	90
4.2.4	Erkenntnisprozesse im Mathematikunterricht .....	91
<b>5</b>	<b>Empirische Settings und digitale Medien</b> .....	103
5.1	Das CSC-Modell .....	103
5.2	Empirische Settings als Elemente von (digitalen) Medien ....	110
<b>Teil II Fallstudien zu Begründungsprozessen mit empirischen Settings in der Sekundarstufe II</b>		
<b>6</b>	<b>Forschungsdesign</b> .....	115
6.1	Spezifikation der Forschungsfragen in Bezug auf den Theorieteil .....	115
6.2	Methodik .....	118
6.2.1	Datenerhebung und -auswahl .....	120
6.2.2	Datenanalyse .....	123
<b>7</b>	<b>Begründung auf der Grundlage einer Schulbuchabbildung</b> .....	127
7.1	Das spezifische Forschungsinteresse .....	127
7.2	Das Schulbuch im Mathematikunterricht .....	128
7.3	Schulbuchabbildung zu Symmetriekriterien für Funktionsgraphen .....	131
7.4	Fallstudie .....	135
7.4.1	Schüler A .....	135
7.4.2	Schüler B .....	142
7.4.3	Schüler C .....	149
7.5	Ergebnisdiskussion .....	157

<b>8</b>	<b>Der Integraph – Begründung auf der Grundlage eines mathematischen Zeichengerätes</b>	161
8.1	Das spezifische Forschungsinteresse	161
8.2	Historische Zeichengeräte im Mathematikunterricht	162
8.3	Der Integraph und der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	164
8.4	Fallstudie	171
8.4.1	Schüler D	171
8.4.2	Schüler E	176
8.4.3	Schüler F	180
8.5	Ergebnisdiskussion	184
<b>9</b>	<b>Das Applet Integrator – Begründung auf der Grundlage von Dynamischer Geometrie-Software</b>	189
9.1	Das spezifische Forschungsinteresse	189
9.2	Dynamische Geometrie-Software im Mathematikunterricht	190
9.3	Der Integrator als GeoGebra-Applet zu Ober- und Untersummen	197
9.4	Fallstudie	200
9.4.1	Schülerin G	200
9.4.2	Schüler H	211
9.4.3	Schülerin J	216
9.5	Ergebnisdiskussion	226
<b>10</b>	<b>Die App Calcflow – Begründung auf der Grundlage einer Virtual-Reality-Umgebung zur Analytischen Geometrie</b>	231
10.1	Das spezifische Forschungsinteresse	231
10.2	Die Virtual-Reality-Technologie im Mathematikunterricht	232
10.3	Die VR-App Calcflow und Orthogonalprojektionen von Vektoren	239
10.4	Fallstudie	242
10.4.1	Schüler D	242
10.4.2	Schüler E	251
10.4.3	Schüler F	256
10.5	Ergebnisdiskussion	266

---

<b>11 Begründung auf der Grundlage der 3D-Druck-Technologie</b> .....	269
11.1 Das spezifische Forschungsinteresse .....	269
11.2 Die 3D-Druck-Technologie im Mathematikunterricht .....	270
11.3 3D-Druck und Summen natürlicher Zahlen .....	276
11.4 Fallstudie .....	282
11.4.1 Schülerin G und Schülerin K .....	282
11.4.2 Schüler H und Schülerin J .....	318
11.5 Ergebnisdiskussion .....	336
<b>12 Fazit</b> .....	345
<b>Literatur</b> .....	367