

Inhalt

1	Grundbegriffe	7
1.1	Aussagenlogik	7
1.1.1	Einführung	7
1.1.2	Wahrheitstabellen	8
1.1.3	Quantoren	12
1.1.4	Rechenregeln	12
1.2	Mengen	17
1.2.1	Definition und Rechenoperationen	17
1.2.2	Rechenregeln	20
1.2.3	Elementare Mengenbeweise	20
1.3	Abbildungen	22
1.3.1	Definition von Abbildungen	22
1.3.2	Bild und Urbild	23
1.3.3	Injektiv, surjektiv und bijektiv	24
1.4	Weitere Mengen und Eigenschaften	27
1.4.1	Zahlenmengen und das Summenzeichen	27
1.4.2	Vollständige Induktion	32
1.4.3	Mächtigkeit von Mengen	38
1.4.4	Supremum und Infimum	39
1.5	Topologische Grundbegriffe	43
1.5.1	Offene Mengen	43
1.5.2	Abgeschlossene Mengen	44
1.6	Aufgaben	47
2	Folgen und die reellen Zahlen	49
2.1	Folgen	49
2.1.1	Definition von Folgen und Eigenschaften	49
2.1.2	Konvergenz von Folgen	53
2.1.3	Teilfolgen und Häufungspunkte	63
2.2	Cauchy-Folgen und reelle Zahlen	66
2.3	Aufgaben	69
3	Reihen und die eulersche Zahl	71
3.1	Endliche Summen	71
3.1.1	Der kleine Gauß	71
3.1.2	Die geometrische Summenformel	72

3.2	Reihen	73
3.2.1	Definition und Einführung	73
3.2.2	Teleskopreihe	73
3.2.3	Die geometrische Reihe	74
3.2.4	Das Nullfolgen Kriterium	75
3.2.5	Cauchy'scher Verdichtungssatz	76
3.2.6	Die Vergleichskriterien	78
3.2.7	Das Quotientenkriterium	79
3.2.8	Das Wurzelkriterium	81
3.2.9	Das Leibnizkriterium	82
3.2.10	Das Umordnen von Reihen	83
3.3	Aufgaben	85
4	Stetigkeit	87
4.1	Einführung und Definitionen	87
4.1.1	Folgenstetigkeit	87
4.1.2	Das $\varepsilon - \delta$ -Kriterium	89
4.2	Eigenschaften stetiger Funktionen	93
4.2.1	Zwischenwertsatz	94
4.2.2	Gleichmäßige Stetigkeit	95
4.2.3	Lipschitzstetigkeit	96
4.2.4	Stetig auf kompakten Mengen	96
4.3	Aufgaben	97
5	Differenzierbarkeit	99
5.1	Der Ableitungsbegriff	99
5.1.1	Definition der Ableitung	99
5.1.2	Ableitungsregeln	103
5.1.3	Die Exponentialfunktion	105
5.1.4	Die Regel von L'Hospital	106
5.2	Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	109
5.2.1	Beste lineare Approximation	109
5.2.2	Mittelwertsatz	110
5.2.3	Monotonie und Konvexität	112
5.2.4	Extrempunkte	113
5.3	Aufgaben	115
6	Potenzreihen	117
6.1	Potenzreihen	117
6.1.1	Definition und Konvergenz	117
6.1.2	Eigenschaften und spezielle Potenzreihen	120
6.2	Taylorreihen	121
6.3	Aufgaben	124
7	Das Riemann-Integral	125
7.1	Definition des Integrals	125
7.1.1	Eigenschaften und Rechenregeln	130
7.1.2	Der Hauptsatz der Differential und Integralrechnung	132

7.2	Integrationsmethoden	132
7.2.1	Elementare Integrale	132
7.2.2	Integral als Fläche	133
7.2.3	Partielle Integration	136
7.2.4	Integration durch Substitution	137
7.2.5	Integration durch Partialbruchzerlegung	139
7.3	Grenzwerte und Integrale	140
7.3.1	Uneigentliche Integrale	140
7.3.2	Tausch von Grenzwerten	142
7.4	Aufgaben	145