

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

XXIII

1	Mathematische Zeichen und Symbole	1
1.1	Pragmatische Zeichen	1
1.2	Allgemeine arithmetische Relationen und Verknüpfungen	1
1.3	Zahlenmengen	2
1.4	Besondere Zahlen und Verknüpfungen	3
1.5	Grenzwert (Limes)	4
1.6	Exponentialfunktionen, Logarithmus	4
1.7	Trigonometrische Funktionen, Hyperbelfunktionen ..	4
1.8	Vektoren, Matrizen	5
1.9	Mengen	6
1.10	Relationen	7
1.11	Funktionen	7
1.12	Ordnungsstrukturen	7
1.13	SI -Vergößerungs- und Verkleinerungssätze	8
1.14	Griechisches Alphabet	9

XI

2	Logik	11
2.1	Mathematische Logik (Auszug aus DIN 5473)	11
2.2	Aussagenlogik	11
2.2.1	Aussagenvariable	11
2.2.2	Wahrheitstabellen (Wahrheitstafeln)	12
3	Arithmetik	15
3.1	Mengen	15
3.1.1	Allgemeines	15
3.1.2	Mengenrelationen	16
3.1.3	Mengenoperationen	17
3.1.4	Beziehungen, Gesetze, Rechenregeln bei Mengen	19
3.1.5	Intervalle	21
3.1.6	Zahlensysteme	22
3.1.6.1	Dezimalsystem, dekadisches System	23
3.1.6.2	Dualsystem (Binärsystem)	23
3.1.6.3	Römisches Zahlensystem	24
3.2	Elementare Rechenarten	24
3.2.1	Elementare Grundlagen	24
3.2.1.1	Axiome	25
3.2.1.2	Ausklammern	25
3.2.1.3	Relationen	26
3.2.1.4	Absoluter Betrag, Signum	26
3.2.1.5	Brüche	27
3.2.1.6	Polynomdivision	27
3.2.1.7	Horner Schema	29
3.2.2	Termumformungen	30
3.2.2.1	Binomische Formeln	30
3.2.2.2	Binomischer Lehrsatz	31
3.2.2.3	Allgemeiner Binomischer Lehrsatz für natürliche Exponenten	31
3.2.2.4	Allgemeiner Binomischer Lehrsatz für reelle Exponenten	31
3.2.2.5	Mehrgliedrige Terme	32

3.2.3	Summen- und Produktzeichen	32
3.2.3.1	Summenzeichen	32
3.2.3.2	Produktzeichen	33
3.2.4	Potenzen, Wurzeln	34
3.2.5	Logarithmen	37
3.2.6	Fakultät	40
3.2.7	Binomialkoeffizient	40
3.3	Folgen	42
3.3.1	Definition	42
3.3.2	Grenzwert einer Folge	45
3.3.3	Arithmetische und geometrische Folgen ...	47
3.4	Reihen	47
3.4.1	Definition	47
3.4.2	Arithmetische und geometrische Reihen ...	48
4	Algebra	51
4.1	Grundbegriffe	51
4.2	Lineare Gleichungen	53
4.2.1	Lineare Gleichungen mit einer Variablen ...	53
4.2.2	Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	56
4.2.3	Lineare Gleichungen mit mehreren Variablen	56
4.2.4	Lineare Gleichungssysteme	57
4.2.5	Lineare Ungleichungen mit mehreren Variablen	61
4.3	Nicht lineare Gleichungen	62
4.3.1	Quadratische Gleichungen mit einer Variablen	62
4.3.2	Kubische Gleichungen mit einer Variablen .	65
4.3.3	Biquadratische Gleichungen	67
4.3.4	Gleichungen n -ten Grades	68
4.3.5	Wurzelgleichungen	69
4.4	Transzendente Gleichungen	71
4.4.1	Exponentialgleichungen	71

4.4.2	Logarithmische Gleichungen	73
4.5	Näherungsverfahren	75
4.5.1	Regula falsi (Sekantenverfahren)	75
4.5.2	Newtonsches Verfahren (Tangentenverfahren)	77
4.5.3	Allgemeines Näherungsverfahren (Fixpunktiteration)	80
5	Lineare Algebra	87
5.1	Grundbegriffe	87
5.1.1	Matrix	87
5.1.2	Gleichheit/Ungleichheit von Matrizen	88
5.1.3	Transponierte Matrix	89
5.1.4	Vektor	89
5.1.5	Spezielle Matrizen und Vektoren	92
5.2	Operationen mit Matrizen	94
5.2.1	Addition von Matrizen	94
5.2.2	Multiplikation von Matrizen	96
5.2.2.1	Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	96
5.2.2.2	Das Skalarprodukt zweier Vektoren	98
5.2.2.3	Multiplikation einer Matrix mit einem Spaltenvektor	100
5.2.2.4	Multiplikation eines Zeilenvektors mit einer Matrix	102
5.2.2.5	Multiplikation von zwei Matrizen ..	103
5.3	Die Inverse einer Matrix	107
5.3.1	Einführung	107
5.3.2	Bestimmung der Inversen unter Verwendung des Gauß'schen Eliminationsverfahrens	109
5.4	Der Rang einer Matrix	113
5.4.1	Begriffsbestimmung	113

5.4.2	Bestimmung des Ranges einer Matrix	113
5.5	Die Determinante einer Matrix	117
5.5.1	Begriffsbestimmung	117
5.5.2	Berechnung von Determinanten	118
5.5.3	Eigenschaften von Determinanten	125
5.6	Die Adjunkte einer Matrix	126
5.6.1	Begriffsbestimmung	126
5.6.2	Bestimmung der Inverse mit Hilfe der Adjunkten	127
6	Kombinatorik	131
6.1	Einführung	131
6.2	Permutationen	135
6.3	Variationen	137
6.4	Kombinationen	138
7	Finanzmathematik	143
7.1	Zinsrechnung	143
7.1.1	Grundbegriffe	143
7.1.2	Jährliche Verzinsung	144
7.1.2.1	Einfache Zinsrechnung	144
7.1.2.2	Zinseszinsrechnung	147
7.1.2.3	Gemischte Verzinsung	149
7.1.3	Unterjährige Verzinsung	157
7.1.3.1	Einfache Zinsrechnung (linear) ...	158
7.1.3.2	Einfache Verzinsung unter Verwendung des nominellen Jahreszinssatzes	159
7.1.3.3	Verzinsung mit Zinseszinsen (exponentiell)	160
7.1.3.4	Verzinsung mit Zinseszinsen unter Verwendung eines konformen Jahreszinssatzes	160

	7.1.3.5	Gemischte Verzinsung	162
	7.1.3.6	Stetige Verzinsung	163
7.2		Effektivzinsrechnung mittels ICMA-Methode	167
7.3		Abschreibungen	174
	7.3.1	Zeitabschreibung	174
	7.3.1.1	Lineare Abschreibung	174
	7.3.1.2	Arithmetisch-degressive Abschreibung	175
	7.3.1.3	Geometrisch-degressive Abschreibung	177
	7.3.2	Leistungsabschreibung	179
	7.3.3	Außerplanmäßige Abschreibung	180
7.4		Rentenrechnung	181
	7.4.1	Grundbegriffe	181
	7.4.2	Endliche, gleichbleibende Rente	184
	7.4.2.1	Jährliche Rente mit jährlichen Zinsen	184
	7.4.2.2	Jährliche Rente mit unterjährigen Zinsen	188
	7.4.2.3	Unterjährige Rente mit jährlichen Zinsen	191
	7.4.2.4	Unterjährige Rente mit unterjährigen Zinsen	195
	7.4.3	Endliche, veränderliche Renten	197
	7.4.3.1	Regellose Rente	197
	7.4.3.2	Arithmetisch-fortschreitende Rente	198
	7.4.3.3	Geometrisch-fortschreitende Rente	203
	7.4.4	Ewige Rente	205
7.5		Tilgungsrechnung	207
	7.5.1	Grundbegriffe	208
	7.5.2	Annuitätentilgung	210
	7.5.3	Ratentilgung	212
	7.5.4	Tilgung mit Aufgeld (Agio)	214
	7.5.4.1	Annuitätentilgung mit Aufgeld	214
	7.5.4.2	Tilgung einer Ratenschuld mit Aufgeld	218

7.5.5	Tilgung mit Abgeld (Disagio)	219
7.5.5.1	Annuitätentilgung mit Abgeld bei sofortiger Verbuchung als Zins- aufwand	221
7.5.5.2	Annuitätentilgung mit Abgeld bei Einstellung eines Disagios in einen aktiven Rechnungsabgrenzungs- posten	223
7.5.5.3	Tilgung einer Ratenschuld mit Ab- geld bei sofortiger Verbuchung als Zinsaufwand	223
7.5.5.4	Tilgung einer Ratenschuld mit Ab- geld bei Einstellung des Disagi- os in einen aktiven Rechnungs- abgrenzungsposten	224
7.5.6	Tilgungsfreie Zeiten	225
7.5.7	Gerundete Annuitäten	227
7.5.7.1	Prozentannuität	227
7.5.7.2	Tilgung von Anleihen	230
7.5.8	Unterjährige Tilgung	234
7.5.8.1	Unterjährige Annuitätentilgung ...	235
7.5.8.2	Unterjährige Ratentilgung	241
7.6	Investitionsrechnung	247
7.6.1	Grundbegriffe	247
7.6.2	Finanzmathematische Grundlagen	250
7.6.3	Statische Verfahren der Investitionsrechnung	252
7.6.4	Methoden der dynamischen Investitions- rechnung	253
7.6.4.1	Kapitalwertmethode (Kapitalbarwert, Kapitalendwert, Vermögensendwert)	253
7.6.4.2	Annuitätenmethode	256
7.6.4.3	Interne Zinsfußmethode	259
8	Optimierung linearer Modelle	263
8.1	Lagrange-Methode	263
8.1.1	Einführung	263
8.1.2	Bildung der Lagrange-Funktion	263

8.1.3	Bestimmung der Lösung	264
8.1.4	Interpretation von λ	265
8.2	Lineare Optimierung	268
8.2.1	Einführung	268
8.2.2	Der lineare Programmierungsansatz.....	268
8.2.3	Graphische Bestimmung der Lösung	269
8.2.4	Simplexverfahren	272
8.2.5	Simplextafel (grundsätzlicher Aufbau).....	273
9	Funktionen	281
9.1	Einführung	281
9.1.1	Verkettung von Funktionen	285
9.1.2	Umkehrfunktion, inverse Funktion	287
9.2	Klassifizierung von Funktionen	289
9.2.1	Rationale Funktionen	290
9.2.1.1	Ganzrationale Funktionen.....	290
9.2.1.2	Gebrochenrationale Funktionen ..	290
9.2.2	Nichtrationale Funktionen	294
9.2.2.1	Potenzfunktionen	294
9.2.2.2	Wurzelfunktion	297
9.2.2.3	Transzendente Funktionen	298
9.2.2.3.1	Exponentialfunktionen	298
9.2.2.3.2	Logarithmusfunktionen.....	304
9.2.2.4	Trigonometrische Funktionen.....	310
9.3	Eigenschaften reeller Funktionen	338
9.3.1	Beschränktheit	338
9.3.2	Symmetrie	340
9.3.2.1	Achsensymmetrie	340
9.3.2.2	Punktsymmetrie	342
9.3.3	Transformationen	345
9.3.3.1	Scheitelpunktform	347
9.3.4	Stetigkeit	350
9.3.5	Polstellen	350
9.3.6	Definitionslücken	352
9.3.7	Sprungstellen	353
9.3.8	Homogenität	354

9.3.9	Periodizität	355
9.3.10	Nullstellen	355
9.3.11	Lokale Extrema	356
9.3.12	Monotonie	357
9.3.13	Krümmungsverhalten/ Wendepunkte	358
9.3.14	Asymptoten	360
9.3.14.1	Waagerechte Asymptote	361
9.3.14.2	Senkrechte Asymptote	363
9.3.14.3	Schiefe Asymptote	364
9.3.14.4	Asymptotische Kurve	365
9.3.15	Tangenten einer Kurve	366
9.3.16	Normalen einer Kurve	367
9.4	Übungsaufgaben Funktionen	368
10	Differentialrechnung	373
10.1	Differentiation von Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	373
10.1.1	Allgemeines	373
10.1.2	Erste Ableitung elementarer Funktionen ...	376
10.1.3	Ableitungsregeln	378
10.1.4	Höhere Ableitungen	380
10.1.5	Differentiation von Funktionen mit Parametern	381
10.1.6	Kurvendiskussion	381
10.2	Differentiation von Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	391
10.2.1	Partielle Ableitungen (1. Ordnung)	391
10.2.2	Partielle Ableitungen (2. Ordnung)	394
10.2.3	Lokale Extrema der Funktion $f = f(x, y)$...	396
10.2.3.1	Relative Extrema ohne Nebenbedingung der Funktion $f = f(x, y)$	396
10.2.3.2	Relative Extrema unter m Nebenbedingungen der Funktion $f = f(x_1, \dots, x_n)$ mit $m < n$	402
10.2.4	Differentiale für die Funktion $f = f(x_1, \dots, x_n)$	406

10.3	Sätze über differenzierbare Funktionen	408
10.3.1	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	408
10.3.2	Verallgemeinerter Mittelsatz der Differentialrechnung	409
10.3.3	Satz von Rolle	409
10.3.4	L'Hospitalsche Regel	410
10.3.5	Schrankensatz der Differentialrechnung ...	411
11	Integralrechnung	413
11.1	Einführung.....	413
11.2	Das unbestimmte Integral.....	414
11.2.1	Definition / Bestimmung der Stammfunktion	414
11.2.2	Elementare Rechenregeln für das unbestimmte Integral	417
11.3	Das bestimmte Integral	418
11.3.1	Einführung	418
11.3.2	Beziehung zwischen bestimmtem und unbestimmtem Integral	422
11.3.3	Spezielle Integrationstechniken	427
11.3.3.1	Die partielle Integration	427
11.3.3.2	Integration durch Substitution	429
11.4	Mehrfach-Integrale	430
11.5	Integralrechnung bei ökonomischen Problemstellungen	431
11.5.1	Kostenfunktionen	431
11.5.2	Umsatzfunktionen (= Erlösfunktionen)	433
11.5.3	Gewinnfunktionen	434
12	Elastizitäten	439
12.1	Problemstellung und Begriff der Elastizität	439

12.2	Bogenelastizität	440
12.3	Punktelastizität	445
12.4	Preiselastizität der Nachfrage ϵ_{xp}	448
12.5	Die Kreuzpreiselastizität ϵ_{xApB}	453
12.6	Die Einkommenselastizität der Nachfrage ϵ_{xy}	455
13	Ökonomische Funktionen	457
13.1	Angebotsfunktion	457
13.2	Nachfragefunktion / Inverse Nachfragefunktion	459
13.3	Marktgleichgewicht	461
13.4	Käufermarkt und Verkäufermarkt	462
13.5	Angebotslücke	463
13.6	Nachfragelücke	463
13.7	Erlösfunktion	465
13.8	Kostenfunktionen	471
13.9	Neoklassische Kostenfunktion	479
13.10	Ertragsgesetzliche Kostenfunktion	487
13.11	Einzelkosten versus Gemeinkosten	500
	13.11.1 Eindimensionale Kostenzurechnungsprinzipien	503
	13.11.2 Mehrdimensionale Kostenzurechnungsprinzipien	505
13.12	Gewinnfunktion	508

14 Peren-Theorem	517
A Finanzmathematische Faktoren	525
B Literaturverzeichnis	571
Stichwortverzeichnis	578