

F. W. Schäfke · D. Schmidt

# **Gewöhnliche Differentialgleichungen**

Die Grundlagen der Theorie  
im Reellen und Komplexen

Springer-Verlag  
Berlin · Heidelberg · New York · 1973

# Inhaltsverzeichnis

<b>0 Einleitung</b>	1
<b>1 Elementare Integrationsmethoden</b>	3
1.1 Dgln mit „getrennten Variablen“	3
1.2 Dgln vom Typ $y' = f\left(\frac{p_1x + q_1y + r_1}{p_2x + q_2y + r_2}\right)$	7
1.3 Die lineare Dgl 1. Ordnung	9
1.4 Bernoullische Dgl	12
1.5 Riccatische Dgl	13
1.5.1 Zusammenhang mit der homogenen linearen Dgl 2. Ordnung	13
1.5.2 Elementare Integration bei bekannter spezieller Lösung	15
1.5.3 Konstantes Doppelverhältnis	18
1.6 Exakte Dgln, Multiplikatoren	19
1.7 Clairautsche Dgl	22
1.8 Die d'Alembertsche Dgl	26
<b>2 Existenz-, Eindeutigkeits- und Abhängigkeitssätze</b>	29
2.1 Der Fixpunktsatz für (verallgemeinerte) Kontraktionen	30
2.2 Stetige Funktionen mit Werten in (B)-Räumen	34
2.3 Reelle Dgln in (B)-Räumen	35
2.4 Dgln und DglSysteme höherer Ordnung	38
2.5 Zur Lipschitz-Bedingung	41
2.6 Fehlerabschätzungen, Defektabschätzungen, Abhängigkeitssätze	41
2.7 Lösungen im Großen	43
2.8 Holomorphe Funktionen mit Werten in (B)-Räumen	48
2.9 Komplexe Dgln in (B)-Räumen	51
2.10 Zur Lipschitz-Bedingung im Komplexen	53
2.11 Holomorphe Parameterabhängigkeit	55
2.12 Der Existenzsatz von Peano	58

2.13	Eindeutigkeitssätze . . . . .	61
2.13.1	Ein allgemeiner Eindeutigkeitssatz . . . . .	61
2.13.2	Einordnung des Eindeutigkeitssatzes von W. Walter . . . . .	64
2.13.3	Einordnung des Eindeutigkeitssatzes von E. Kamke . . . . .	65
2.13.4	Spezielle Eindeutigkeitssätze . . . . .	68
<b>3</b>	<b>Lineare Dgln im Reellen . . . . .</b>	<b>71</b>
3.1	Existenz- und Eindeutigkeitssatz . . . . .	71
3.2	Algebraische Folgerungen . . . . .	72
3.3	Homogene lineare Dgln . . . . .	73
3.4	Transformation . . . . .	78
3.5	Reduktion . . . . .	80
3.6	Inhomogene lineare Dgln . . . . .	83
3.7	Die Exponentialfunktion in $(B)$ -Algebren . . . . .	84
3.8	Homogene lineare Dgln mit konstanten Koeffizienten . . . . .	89
3.9	Lineare Dgln mit konstanten Koeffizienten und speziellen Inhomogenitäten . . . . .	91
3.10	Lineare Dgln höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	93
3.11	Periodische homogene lineare Dgln . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Lineare Dgln im Komplexen . . . . .</b>	<b>101</b>
4.1	Existenz- und Eindeutigkeitssatz . . . . .	101
4.2	Übertragung der Resultate von 3. . . . .	102
4.3	Umlaufverhalten von Fundamentallösungen homogener linearer Dgln . . . . .	102
4.4	Homogene lineare Dgln in Kreisringgebieten . . . . .	104
4.5	Isolierte Singularitäten . . . . .	108
4.6	Einfache Singularitäten — Holomorphe Lösungen . . . . .	111
4.7	Einfache Singularitäten — Struktur der Fundamentallösungen . . . . .	114
4.8	Isolierte Singularitäten von linearen Dgln höherer Ordnung . . . . .	124
4.9	Transformationssätze für lineare homogene Dgln $n$ -ter Ordnung . . . . .	131
4.10	Fuchssche Dgln 2. Ordnung . . . . .	134
<b>5</b>	<b>Anhang: Übungsaufgaben . . . . .</b>	<b>140</b>
	Literaturverzeichnis . . . . .	157
	Abkürzungen, Bezeichnungen . . . . .	158
	Namen- und Sachverzeichnis . . . . .	160