

Inhaltsverzeichnis

1	Beispiele für das Auftreten linearer Gleichungssysteme	1
2	Grundlagen der linearen Algebra	7
2.1	Vektornormen und Skalarprodukt	7
2.2	Lineare Operatoren, Matrizen und Matrixnormen	13
2.3	Konditionszahl und singuläre Werte	25
2.4	Der Banachsche Fixpunktsatz	29
2.5	Übungsaufgaben	33
3	Direkte Verfahren	36
3.1	Gauß-Elimination	36
3.2	Cholesky-Zerlegung	46
3.3	QR-Zerlegung	49
3.3.1	Das Gram-Schmidt-Verfahren	49
3.3.2	Die QR-Zerlegung nach Givens	55
3.3.3	Die QR-Zerlegung nach Householder	59
3.4	Übungsaufgaben	66
4	Iterative Verfahren	69
4.1	Splitting-Methoden	72
4.1.1	Jacobi-Verfahren	76
4.1.2	Gauß-Seidel-Verfahren	81
4.1.3	Relaxationsverfahren	84
4.1.3.1	Jacobi-Relaxationsverfahren	85
4.1.3.2	Gauß-Seidel-Relaxationsverfahren	87
4.1.4	Richardson-Verfahren	96
4.1.5	Symmetrische Splitting-Methoden	99
4.2	Mehrgitterverfahren	104
4.2.1	Zweigitterverfahren	112
4.2.2	Der Mehrgitteralgorithmus	116

4.2.3	Das vollständige Mehrgitterverfahren	118
4.3	Projektionsmethoden und Krylov-Unterraum-Verfahren	119
4.3.1	Verfahren für symmetrische, positiv definite Matrizen	124
4.3.1.1	Die Methode des steilsten Abstiegs	125
4.3.1.2	Das Verfahren der konjugierten Richtungen	131
4.3.1.3	Das Verfahren der konjugierten Gradienten	133
4.3.2	Verfahren für reguläre Matrizen	142
4.3.2.1	Der Arnoldi-Algorithmus und die FOM	142
4.3.2.2	Der Lanczos-Algorithmus und die D-Lanczos-Methode	147
4.3.2.3	Der Bi-Lanczos-Algorithmus	151
4.3.2.4	Das GMRES-Verfahren	156
4.3.2.5	Das BiCG-Verfahren	171
4.3.2.6	Das CGS-Verfahren	178
4.3.2.7	Das BiCGSTAB-Verfahren	181
4.3.2.8	Das TFQMR-Verfahren	187
4.3.2.9	Das QMRGSTAB-Verfahren	196
4.3.2.10	Konvergenzanalysen	199
4.4	Übungsaufgaben	201
5	Präkonditionierer	207
5.1	Skalierungen	208
5.2	Polynomiale Präkonditioner	211
5.3	Splitting-assozierte Präkonditionierer	214
5.4	Die unvollständige LU-Zerlegung	215
5.5	Die unvollständige Cholesky-Zerlegung	218
5.6	Die unvollständige QR-Zerlegung	219
5.7	Die unvollständige Frobenius-Inverse	221
5.8	Das präkonditionierte CG-Verfahren	223
5.9	Das präkonditionierte BiCGSTAB-Verfahren	226
5.10	Vergleich der Präkonditionierer	228
5.11	Übungsaufgaben	232
A	Implementierungen in MATLAB	233
	Literaturverzeichnis	246
	Index	251