

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Grundbegriffe der Mathematik</b>	9
1.1	Aussagen	10
1.1.1	Zeichen und Zeichenreihen in der Mathematik	10
1.1.2	Wahrheitswerte von Aussagen	14
1.1.3	Erfüllbarkeit von Aussageformen	15
1.1.4	Logische Operationen	16
1.1.5	Definitionen	21
1.1.6	Sätze und Beweise	22
1.2	Mengen	26
1.2.1	Mengenbegriff	26
1.2.2	Darstellung von Mengen	27
1.2.3	Mächtigkeit von Mengen	28
1.2.4	Relationen zwischen zwei Mengen	29
1.2.5	Mengenoperationen	31
<b>2</b>	<b>Zahlen und Rechnen</b>	35
2.1	Natürliche Zahlen	36
2.1.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen	36
2.1.2	Rechnen mit natürlichen Zahlen	39
2.1.3	Vielfache und Teiler	45
2.2	Ganze Zahlen	49
2.2.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen	49
2.2.2	Rechnen mit ganzen Zahlen	51
2.3	Bruchzahlen (gebrochene Zahlen)	57
2.3.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen	57
2.3.2	Rechnen mit gemeinen Brüchen (Bruchrechnung)	61
2.3.3	Dezimalbrüche; Rechnen mit Dezimalbrüchen	65
2.4	Rationale Zahlen	68
2.4.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen	68
2.4.2	Rechnen mit rationalen Zahlen	70
2.5	Reelle Zahlen	73
2.5.1	Zahlbegriff	73
2.5.2	Rechnen mit reellen Zahlen	74
2.6	Rechnen mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen	75
2.6.1	Potenzbegriff; Potenzgesetze; Rechnen mit Potenzen	75
2.6.2	Wurzelbegriff; Wurzelgesetze; Rechnen mit Wurzeln	79
2.6.3	Logarithmen; Logarithmengesetze	80
2.7	Größen	81
2.7.1	Größenbegriff; Größenbereiche	81
2.7.2	Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten	82
2.7.3	Masseeinheiten	84
2.7.4	Zeiteinheiten	84
2.7.5	Währungseinheiten	85

<b>2.8</b>	<b>Rechnen mit Näherungswerten</b>	86
2.8.1	Grundbegriffe	86
2.8.2	Rechnen mit Näherungswerten	87
<b>3</b>	<b>Prozent- und Zinsrechnung</b>	89
3.1	Prozentrechnung	90
3.1.1	Grundbegriffe	90
3.1.2	Bequeme Prozentsätze	90
3.1.3	Berechnen von Prozentwerten, Prozentsätzen und Grundwerten	91
3.1.4	Grafische Darstellungen von Prozentsätzen	94
3.2	Promillerechnung	95
3.3	Zinsrechnung	96
3.3.1	Grundbegriffe	96
3.3.2	Berechnen von Zinsen, Zinssatz, Kapital und Zeitspannen	96
3.3.3	Zinsszins	100
3.4	Rentenrechnung	102
3.4.1	Ratenzahlungen	102
3.4.2	Schuldetilgung	104
<b>4</b>	<b>Gleichungen und Ungleichungen</b>	105
4.1	Variable und Term	106
4.1.1	Grundbegriffe	106
4.1.2	Rechnen mit Variablen; Termumformungen	107
4.2	Grundlagen der Gleichungslehre	111
4.2.1	Grundbegriffe	111
4.2.2	Lösen einer Gleichung bzw. Ungleichung; Lösungsmenge	112
4.2.3	Proben bei Gleichungen und Ungleichungen	114
4.2.4	Inhaltliches Lösen von Gleichungen bzw. Ungleichungen	115
4.3	Äquivalentes Umformen von Gleichungen und Ungleichungen	117
4.3.1	Begriff „Äquivalenz“	117
4.3.2	Äquivalentes Umformen von Gleichungen	117
4.3.3	Äquivalentes Umformen von Ungleichungen	119
4.4	Lineare Gleichungen	120
4.4.1	Lineare Gleichungen mit einer Variablen	120
4.4.2	Lineare Gleichungen mit zwei Variablen	123
4.5	Lineare Ungleichungen	124
4.5.1	Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	124
4.5.2	Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen	125
4.6	Lineare Gleichungssysteme	126
4.6.1	Grundbegriff	126
4.6.2	Lösen linearer Gleichungssysteme	126
4.7	Quadratische Gleichungen	129
4.7.1	Begriffe	129
4.7.2	Lösungsverfahren für spezielle quadratische Gleichungen	129
4.7.3	Lösungsformel für quadratische Gleichungen	130
4.7.4	Diskussion der Lösungen einer quadratischen Gleichung	131
4.7.5	Wurzelsatz von Vieta	132

---

<b>4.8</b>	<b>Bruchgleichungen und Bruchungleichungen</b>	133
<b>4.9</b>	<b>Algebraische Gleichungen höheren Grades</b>	135
4.9.1	Begriffe	135
4.9.2	Kubische Gleichungen und Gleichungen höheren Grades	135
4.9.3	Polynomdivision	137
<b>4.10</b>	<b>Wurzel-, Exponential- und Logarithmengleichungen</b>	139
4.10.1	Begriffe	139
4.10.2	Lösen von Wurzelgleichungen	139
4.10.3	Lösen von Exponentialgleichungen	141
4.10.4	Lösen von Logarithmengleichungen	142
<b>4.11</b>	<b>Trigonometrische Gleichungen</b>	143
<b>4.12</b>	<b>Näherungsverfahren zum Lösen von Gleichungen mit einer Variablen</b>	144
4.12.1	Iterationsverfahren	144
4.12.2	Nullstellenbestimmung durch Intervallschachtelung	145
4.12.3	Sekantennäherungsverfahren (regula falsi)	146

---

<b>5</b>	<b>Funktionen</b>	147
<b>5.1</b>	<b>Grundbegriffe und Eigenschaften von Funktionen</b>	148
5.1.1	Funktionsbegriff	148
5.1.2	Darstellung von Funktionen	149
5.1.3	Eigenschaften von Funktionen	150
5.1.4	Schnittpunkte von Funktionsgraphen mit den Achsen	152
<b>5.2</b>	<b>Proportionalität</b>	154
5.2.1	Direkte Proportionalität	154
5.2.2	Indirekte Proportionalität	155
<b>5.3</b>	<b>Lineare Funktionen</b>	157
5.3.1	Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x$	157
5.3.2	Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x + n$	159
<b>5.4</b>	<b>Quadratische Funktionen</b>	162
5.4.1	Graphen quadratischer Funktionen	162
5.4.2	Nullstellen der Funktionen mit $y = x^2 + p \cdot x + q$	164
5.4.3	Die Funktionen mit $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$	165
<b>5.5</b>	<b>Potenzfunktionen</b>	166
5.5.1	Potenzfunktionen mit geraden Exponenten	166
5.5.2	Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten	167
<b>5.6</b>	<b>Wurzelfunktionen</b>	168
5.6.1	Die Funktion mit $f(x) = \sqrt[2]{x}$	168
5.6.2	Die Funktionen mit $f(x) = \sqrt[n]{x}$	168
<b>5.7</b>	<b>Exponentialfunktionen</b>	169
5.7.1	Die Funktionen mit $f(x) = a^x$	169
5.7.2	Die Funktion mit $f(x) = e^x$	169
<b>5.8</b>	<b>Logarithmusfunktionen</b>	170
5.8.1	Die Funktionen mit $f(x) = \log_a x$	170
5.8.2	Die Funktionen mit $f(x) = \lg x$ und $f(x) = \ln x$	170
<b>5.9</b>	<b>Winkelfunktionen (trigonometrische Funktionen)</b>	171
5.9.1	Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens am rechtwinkligen Dreieck	171
5.9.2	Winkelfunktionen am Kreis	171
5.9.3	Graphen und Eigenschaften der Winkelfunktionen	173

<b>6 Planimetrie</b>	177
<b>6.1 Grundbegriffe</b>	178
<b>6.1.1 Ebene, Linie, Punkt, Gerade, Strahl und Strecke</b>	178
<b>6.1.2 Länge und Längenmessung</b>	182
<b>6.1.3 Fläche und Flächeninhaltsmessung</b>	183
<b>6.1.4 Winkel und Winkelmessung</b>	184
<b>6.2 Konstruktionen</b>	191
<b>6.2.1 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal</b>	191
<b>6.2.2 Konstruktionen mit Zeichendreieck, Lineal und Geodreieck</b>	193
<b>6.2.3 Konstruktionen mit der Methode der Bestimmungslinien</b>	194
<b>6.2.4 Softwaregestütztes Konstruieren</b>	195
<b>6.3 Geometrische Abbildungen</b>	197
<b>6.3.1 Ähnlichkeitsabbildungen</b>	198
<b>6.3.2 Kongruenzabbildungen</b>	199
<b>6.4 Bewegung, Kongruenz und Symmetrie</b>	201
<b>6.4.1 Spezielle Bewegungen</b>	201
<b>6.4.2 Nacheinanderausführung von Bewegungen</b>	204
<b>6.4.3 Kongruenz</b>	207
<b>6.4.4 Symmetrie</b>	208
<b>6.5 Zentrische Streckung, Ähnlichkeit und Strahlensätze</b>	210
<b>6.5.1 Die zentrische Streckung</b>	210
<b>6.5.2 Ähnlichkeit</b>	212
<b>6.5.3 Strahlensätze</b>	213
<b>6.6 Dreiecke</b>	217
<b>6.6.1 Dreiecksarten</b>	217
<b>6.6.2 Sätze über das Dreieck</b>	218
<b>6.6.3 Besondere Linien und Punkte des Dreiecks</b>	219
<b>6.6.4 Kongruenz von Dreiecken</b>	221
<b>6.6.5 Ähnlichkeit von Dreiecken</b>	223
<b>6.6.6 Konstruktion von Dreiecken</b>	223
<b>6.6.7 Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken</b>	226
<b>6.6.8 Satzgruppe des Pythagoras</b>	228
<b>6.6.9 Anwendung der trigonometrischen Funktionen</b>	232
<b>6.7 Vierecke</b>	238
<b>6.7.1 Allgemeines Viereck</b>	238
<b>6.7.2 Klassifizierung von Vierecken</b>	239
<b>6.7.3 Spezielle Vierecke und deren Eigenschaften</b>	243
<b>6.8 Vielecke (Polygone)</b>	248
<b>6.8.1 Allgemeine Eigenschaften</b>	248
<b>6.8.2 Regelmäßige n-Ecke</b>	249
<b>6.9 Kreis</b>	251
<b>6.9.1 Begriffe</b>	251
<b>6.9.2 Winkel am Kreis</b>	256
<b>6.9.3 Inkreis und Umkreis von Vielecken</b>	258
<b>6.9.4 Berechnungen am Kreis</b>	259

<b>7</b>	<b>Körperdarstellung und Körperberechnung</b>	263
7.1	Grundlagen der Körperdarstellung	264
7.1.1	Begriffe und Merkmale geometrischer Körper	264
7.1.2	Projektionsarten	266
7.1.3	Schräge Parallelprojektionen	267
7.1.4	Senkrechte Parallelprojektionen	269
7.1.5	Körpernetze	271
7.2	Grundlagen der Körperberechnung	272
7.3	Würfel und Quader	273
7.3.1	Begriffe und Formeln	273
7.3.2	Darstellung von Würfeln und Quadern	274
7.4	Prisma und Kreiszylinder	275
7.4.1	Begriffe und Formeln	275
7.4.2	Darstellung von Kreiszylindern und Prismen	279
7.5	Pyramide und Kreiskegel	282
7.5.1	Begriffe und Formeln	282
7.5.2	Darstellung von Pyramiden und Kreiskegeln	287
7.6	Pyramidenstumpf und Kreiskegelstumpf	289
7.7	Kugel	292
7.8	Zusammengesetzte Körper	293
7.9	Regelmäßige Polyeder	295
<b>8</b>	<b>Stochastik</b>	297
8.1	Kombinatorisches Rechnen; Zählstrategien	298
8.1.1	Anordnungen	298
8.1.2	Zählstrategien	302
8.2	Elemente der beschreibenden Statistik	304
8.2.1	Statistische Erhebungen (Erfassen und Auswerten von Daten)	304
8.2.2	Statistische Kenngrößen (bei Häufigkeitsverteilungen)	309
8.3	Wahrscheinlichkeitsrechnung	314
8.3.1	Vorgänge mit zufälligem Ergebnis; zufällige Ereignisse	314
8.3.2	Elementarer Wahrscheinlichkeitsbegriff; Berechnen von Wahrscheinlichkeiten	316
8.3.3	Mehrstufige Zufallsversuche	317
8.3.4	Zufallsgrößen und ihre Verteilung	323
<b>9</b>	<b>Rechenhilfsmittel</b>	327
9.1	Geschichtlicher Abriss	328
9.2	Elektronische Hilfsmittel	331
9.2.1	Der elektronische Taschenrechner	331
9.2.2	Grafikfähige Taschenrechner	334
9.2.3	ComputeralgebraSysteme	336
9.2.4	Tabellenkalkulationsprogramme	338

<b>A</b>	<b>Anhang</b>	341
	Übersicht zur Herkunft ausgewählter	
	mathematischer Begriffe	342
	Mathematische Zeichen und Symbole	345
	Griechisches Alphabet	346
	Römische Zahlzeichen	346
	Rundungsregeln	347
	Primzahlen; Primfaktorzerlegung der Zahlen bis 1000	347
	Quadratzahlen; Kubikzahlen; Quadratwurzeln;	
	Kubikwurzeln	349
	Vorsätze	350
	Einheiten von Größen	350
	Nichtdezimale Einheiten	351
	Umrechnung Gradmaß in Bogenmaß	353
	Kreisflächeninhalt	354
	Die Funktionen $y = \sin x$ und $y = \cos x$	356
	Zufallszahlen	358
	Fakultäten $n!$	359
	Binomialkoeffizienten	360
	Binomiale Wahrscheinlichkeiten $b(n; p; k)$	361
	Standardnormalverteilung	362
	Aufbau der Zahlenbereiche	363
	Intervalle (spezielle Teilmengen von $\mathbb{R}$ )	363
	Potenzen	364
	Wurzeln	364
	Logarithmen	364
	Dreisatz	365
	Kettensatz	365
	Mischungsrechnen	366
	Mittelwerte	366
	Winkel	367
	Dreiecke	367
	Dreiecksarten	368
	Vierecke	369
	Regelmäßige Vielecke	370
	Kreis	370
	Körper mit ebenen Begrenzungsflächen	371
	Körper mit gekrümmten Begrenzungsflächen	372
	Winkelfunktionen	373
	Kleine Einführung in die Vektorrechnung	375
	Register	381