

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Grundbegriffe der Mathematik</b>                | <b>9</b>  |
| 1.1      | Aussagen   | 10        |
| 1.1.1    | Zeichen und Zeichenreihen in der Mathematik        | 10        |
| 1.1.2    | Wahrheitswerte von Aussagen                        | 14        |
| 1.1.3    | Erfüllbarkeit von Aussageformen                    | 15        |
| 1.1.4    | Logische Operationen                               | 16        |
| 1.1.5    | Definitionen                                       | 21        |
| 1.1.6    | Sätze und Beweise                                  | 22        |
| 1.2      | Mengen   | 26        |
| 1.2.1    | Mengenbegriff                                      | 26        |
| 1.2.2    | Darstellung von Mengen                             | 27        |
| 1.2.3    | Mächtigkeit von Mengen                             | 28        |
| 1.2.4    | Relationen zwischen zwei Mengen                    | 29        |
| 1.2.5    | Mengenoperationen                                  | 31        |
| <b>2</b> | <b>Zahlen und Rechnen</b>                          | <b>35</b> |
| 2.1      | Natürliche Zahlen                                  | 36        |
| 2.1.1    | Zahlbegriff; Zahldarstellungen                     | 36        |
| 2.1.2    | Rechnen mit natürlichen Zahlen                     | 39        |
| 2.1.3    | Vielfache und Teiler                               | 45        |
| 2.2      | Ganze Zahlen                                       | 49        |
| 2.2.1    | Zahlbegriff; Zahldarstellungen                     | 49        |
| 2.2.2    | Rechnen mit ganzen Zahlen                          | 51        |
| 2.3      | Bruchzahlen (gebrochene Zahlen)                    | 57        |
| 2.3.1    | Zahlbegriff; Zahldarstellungen                     | 57        |
| 2.3.2    | Rechnen mit gemeinen Brüchen (Bruchrechnung)       | 61        |
| 2.3.3    | Dezimalbrüche; Rechnen mit Dezimalbrüchen          | 65        |
| 2.4      | Rationale Zahlen                                   | 68        |
| 2.4.1    | Zahlbegriff; Zahldarstellungen                     | 68        |
| 2.4.2    | Rechnen mit rationalen Zahlen                      | 70        |
| 2.5      | Reelle Zahlen                                      | 73        |
| 2.5.1    | Zahlbegriff  | 73        |
| 2.5.2    | Rechnen mit reellen Zahlen                         | 74        |
| 2.6      | Rechnen mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen      | 75        |
| 2.6.1    | Potenzbegriff; Potenzgesetze; Rechnen mit Potenzen | 75        |
| 2.6.2    | Wurzelbegriff; Wurzelgesetze; Rechnen mit Wurzeln  | 79        |
| 2.6.3    | Logarithmen; Logarithmengesetze                    | 80        |
| 2.7      | Größen   | 81        |
| 2.7.1    | Größenbegriff; Größenbereiche                      | 81        |
| 2.7.2    | Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten             | 82        |
| 2.7.3    | Masseeinheiten                                     | 84        |
| 2.7.4    | Zeiteinheiten                                      | 84        |
| 2.7.5    | Währungseinheiten                                  | 85        |

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>2.8</b> | <b>Rechnen mit Näherungswerten</b>                         | <b>86</b>  |
| 2.8.1      | Grundbegriffe  | 86         |
| 2.8.2      | Rechnen mit Näherungswerten                                | 87         |
| <b>3</b>   | <b>Prozent- und Zinsrechnung</b>                           | <b>89</b>  |
| 3.1        | Prozentrechnung  | 90         |
| 3.1.1      | Grundbegriffe  | 90         |
| 3.1.2      | Bequeme Prozentsätze                                       | 90         |
| 3.1.3      | Berechnen von Prozentwerten, Prozentsätzen und Grundwerten | 91         |
| 3.1.4      | Grafische Darstellungen von Prozentsätzen                  | 94         |
| 3.2        | Promillerechnung   | 95         |
| 3.3        | Zinsrechnung   | 96         |
| 3.3.1      | Grundbegriffe  | 96         |
| 3.3.2      | Berechnen von Zinsen, Zinssatz, Kapital und Zeitspannen    | 96         |
| 3.3.3      | Zinseszins   | 100        |
| 3.4        | Rentenrechnung   | 102        |
| 3.4.1      | Ratenzahlungen   | 102        |
| 3.4.2      | Schuldentilgung  | 104        |
| <b>4</b>   | <b>Gleichungen und Ungleichungen</b>                       | <b>105</b> |
| 4.1        | Variable und Term  | 106        |
| 4.1.1      | Grundbegriffe  | 106        |
| 4.1.2      | Rechnen mit Variablen; Termumformungen                     | 107        |
| 4.2        | Grundlagen der Gleichungslehre                             | 111        |
| 4.2.1      | Grundbegriffe  | 111        |
| 4.2.2      | Lösen einer Gleichung bzw. Ungleichung; Lösungsmenge       | 112        |
| 4.2.3      | Proben bei Gleichungen und Ungleichungen                   | 114        |
| 4.2.4      | Inhaltliches Lösen von Gleichungen bzw. Ungleichungen      | 115        |
| 4.3        | Äquivalentes Umformen von Gleichungen und Ungleichungen    | 117        |
| 4.3.1      | Begriff „Äquivalenz“                                       | 117        |
| 4.3.2      | Äquivalentes Umformen von Gleichungen                      | 117        |
| 4.3.3      | Äquivalentes Umformen von Ungleichungen                    | 119        |
| 4.4        | Lineare Gleichungen  | 120        |
| 4.4.1      | Lineare Gleichungen mit einer Variablen                    | 120        |
| 4.4.2      | Lineare Gleichungen mit zwei Variablen                     | 123        |
| 4.5        | Lineare Ungleichungen                                      | 124        |
| 4.5.1      | Lineare Ungleichungen mit einer Variablen                  | 124        |
| 4.5.2      | Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen                   | 125        |
| 4.6        | Lineare Gleichungssysteme                                  | 126        |
| 4.6.1      | Grundbegriff   | 126        |
| 4.6.2      | Lösen linearer Gleichungssysteme                           | 126        |
| 4.7        | Quadratische Gleichungen                                   | 129        |
| 4.7.1      | Begriffe   | 129        |
| 4.7.2      | Lösungsverfahren für spezielle quadratische Gleichungen    | 129        |
| 4.7.3      | Lösungsformel für quadratische Gleichungen                 | 130        |
| 4.7.4      | Diskussion der Lösungen einer quadratischen Gleichung      | 131        |
| 4.7.5      | Wurzelsatz von Vieta                                       | 132        |

|             |   |            |
|-------------|---|------------|
| <b>4.8</b>  | <b>Bruchgleichungen und Bruchungleichungen</b>                          | <b>133</b> |
| <b>4.9</b>  | <b>Algebraische Gleichungen höheren Grades</b>                          | <b>135</b> |
| 4.9.1       | Begriffe  | 135        |
| 4.9.2       | Kubische Gleichungen und Gleichungen höheren Grades                     | 135        |
| 4.9.3       | Polynomdivision   | 137        |
| <b>4.10</b> | <b>Wurzel-, Exponential- und Logarithmengleichungen</b>                 | <b>139</b> |
| 4.10.1      | Begriffe  | 139        |
| 4.10.2      | Lösen von Wurzelgleichungen   | 139        |
| 4.10.3      | Lösen von Exponentialgleichungen  | 141        |
| 4.10.4      | Lösen von Logarithmengleichungen  | 142        |
| <b>4.11</b> | <b>Trigonometrische Gleichungen</b>                                     | <b>143</b> |
| <b>4.12</b> | <b>Näherungsverfahren zum Lösen von Gleichungen mit einer Variablen</b> | <b>144</b> |
| 4.12.1      | Iterationsverfahren   | 144        |
| 4.12.2      | Nullstellenbestimmung durch Intervallschachtelung                       | 145        |
| 4.12.3      | Sekantennäherungsverfahren (regula falsi)                               | 146        |
| <b>5</b>    | <b>Funktionen</b>   | <b>147</b> |
| <b>5.1</b>  | <b>Grundbegriffe und Eigenschaften von Funktionen</b>                   | <b>148</b> |
| 5.1.1       | Funktionsbegriff  | 148        |
| 5.1.2       | Darstellung von Funktionen  | 149        |
| 5.1.3       | Eigenschaften von Funktionen  | 150        |
| 5.1.4       | Schnittpunkte von Funktionsgraphen mit den Achsen                       | 152        |
| <b>5.2</b>  | <b>Proportionalität</b>   | <b>154</b> |
| 5.2.1       | Direkte Proportionalität  | 154        |
| 5.2.2       | Indirekte Proportionalität  | 155        |
| <b>5.3</b>  | <b>Lineare Funktionen</b>   | <b>157</b> |
| 5.3.1       | Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x$                            | 157        |
| 5.3.2       | Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x + n$                        | 159        |
| <b>5.4</b>  | <b>Quadratische Funktionen</b>  | <b>162</b> |
| 5.4.1       | Graphen quadratischer Funktionen  | 162        |
| 5.4.2       | Nullstellen der Funktionen mit $y = x^2 + p \cdot x + q$                | 164        |
| 5.4.3       | Die Funktionen mit $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$                    | 165        |
| <b>5.5</b>  | <b>Potenzfunktionen</b>   | <b>166</b> |
| 5.5.1       | Potenzfunktionen mit geraden Exponenten                                 | 166        |
| 5.5.2       | Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten                               | 167        |
| <b>5.6</b>  | <b>Wurzelfunktionen</b>   | <b>168</b> |
| 5.6.1       | Die Funktion mit $f(x) = \sqrt[n]{x}$                                   | 168        |
| 5.6.2       | Die Funktionen mit $f(x) = \sqrt[n]{x}$                                 | 168        |
| <b>5.7</b>  | <b>Exponentialfunktionen</b>  | <b>169</b> |
| 5.7.1       | Die Funktionen mit $f(x) = a^x$   | 169        |
| 5.7.2       | Die Funktion mit $f(x) = e^x$   | 169        |
| <b>5.8</b>  | <b>Logarithmusfunktionen</b>  | <b>170</b> |
| 5.8.1       | Die Funktionen mit $f(x) = \log_a x$                                    | 170        |
| 5.8.2       | Die Funktionen mit $f(x) = \lg x$ und $f(x) = \ln x$                    | 170        |
| <b>5.9</b>  | <b>Winkelfunktionen (trigonometrische Funktionen)</b>                   | <b>171</b> |
| 5.9.1       | Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens am rechtwinkligen Dreieck         | 171        |
| 5.9.2       | Winkelfunktionen am Kreis   | 171        |
| 5.9.3       | Graphen und Eigenschaften der Winkelfunktionen                          | 173        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>6</b> | <b>Planimetrie</b>   | <b>177</b> |
| 6.1      | <b>Grundbegriffe</b>                                       | 178        |
| 6.1.1    | Ebene, Linie, Punkt, Gerade, Strahl und Strecke            | 178        |
| 6.1.2    | Länge und Längenmessung                                    | 182        |
| 6.1.3    | Fläche und Flächeninhaltsmessung                           | 183        |
| 6.1.4    | Winkel und Winkelmessung                                   | 184        |
| 6.2      | <b>Konstruktionen</b>                                      | 191        |
| 6.2.1    | Konstruktionen mit Zirkel und Lineal                       | 191        |
| 6.2.2    | Konstruktionen mit Zeichendreieck, Lineal und Geodreieck   | 193        |
| 6.2.3    | Konstruktionen mit der Methode der Bestimmungslinien       | 194        |
| 6.2.4    | Softwaregestütztes Konstruieren                            | 195        |
| 6.3      | <b>Geometrische Abbildungen</b>                            | 197        |
| 6.3.1    | Ähnlichkeitsabbildungen                                    | 198        |
| 6.3.2    | Kongruenzabbildungen                                       | 199        |
| 6.4      | <b>Bewegung, Kongruenz und Symmetrie</b>                   | 201        |
| 6.4.1    | Spezielle Bewegungen                                       | 201        |
| 6.4.2    | Nacheinanderausführung von Bewegungen                      | 204        |
| 6.4.3    | Kongruenz  | 207        |
| 6.4.4    | Symmetrie  | 208        |
| 6.5      | <b>Zentrische Streckung, Ähnlichkeit und Strahlensätze</b> | 210        |
| 6.5.1    | Die zentrische Streckung                                   | 210        |
| 6.5.2    | Ähnlichkeit  | 212        |
| 6.5.3    | Strahlensätze  | 213        |
| 6.6      | <b>Dreiecke</b>  | 217        |
| 6.6.1    | Dreiecksarten  | 217        |
| 6.6.2    | Sätze über das Dreieck                                     | 218        |
| 6.6.3    | Besondere Linien und Punkte des Dreiecks                   | 219        |
| 6.6.4    | Kongruenz von Dreiecken                                    | 221        |
| 6.6.5    | Ähnlichkeit von Dreiecken                                  | 223        |
| 6.6.6    | Konstruktion von Dreiecken                                 | 223        |
| 6.6.7    | Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken                     | 226        |
| 6.6.8    | Satzgruppe des Pythagoras                                  | 228        |
| 6.6.9    | Anwendung der trigonometrischen Funktionen                 | 232        |
| 6.7      | <b>Vierecke</b>  | 238        |
| 6.7.1    | Allgemeines Viereck  | 238        |
| 6.7.2    | Klassifizierung von Vierecken                              | 239        |
| 6.7.3    | Spezielle Vierecke und deren Eigenschaften                 | 243        |
| 6.8      | <b>Vielecke (Polygone)</b>                                 | 248        |
| 6.8.1    | Allgemeine Eigenschaften                                   | 248        |
| 6.8.2    | Regelmäßige n-Ecke   | 249        |
| 6.9      | <b>Kreis</b>   | 251        |
| 6.9.1    | Begriffe   | 251        |
| 6.9.2    | Winkel am Kreis  | 256        |
| 6.9.3    | Inkreis und Umkreis von Vielecken                          | 258        |
| 6.9.4    | Berechnungen am Kreis                                      | 259        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>7</b> | <b>Körperdarstellung und Körperberechnung</b>                                 | <b>263</b> |
| 7.1      | Grundlagen der Körperdarstellung  | 264        |
| 7.1.1    | Begriffe und Merkmale geometrischer Körper                                    | 264        |
| 7.1.2    | Projektionsarten  | 266        |
| 7.1.3    | Schräge Parallelprojektionen  | 267        |
| 7.1.4    | Senkrechte Parallelprojektionen   | 269        |
| 7.1.5    | Körpernetze   | 271        |
| 7.2      | Grundlagen der Körperberechnung   | 272        |
| 7.3      | Würfel und Quader   | 273        |
| 7.3.1    | Begriffe und Formeln  | 273        |
| 7.3.2    | Darstellung von Würfeln und Quadern   | 274        |
| 7.4      | Prisma und Kreiszylinder  | 275        |
| 7.4.1    | Begriffe und Formeln  | 275        |
| 7.4.2    | Darstellung von Kreiszylindern und Prismen                                    | 279        |
| 7.5      | Pyramide und Kreiskegel   | 282        |
| 7.5.1    | Begriffe und Formeln  | 282        |
| 7.5.2    | Darstellung von Pyramiden und Kreiskegeln                                     | 287        |
| 7.6      | Pyramidenstumpf und Kreiskegelstumpf  | 289        |
| 7.7      | Kugel   | 292        |
| 7.8      | Zusammengesetzte Körper   | 293        |
| 7.9      | Regelmäßige Polyeder  | 295        |
| <b>8</b> | <b>Stochastik</b>   | <b>297</b> |
| 8.1      | Kombinatorisches Rechnen; Zählstrategien                                      | 298        |
| 8.1.1    | Anordnungen   | 298        |
| 8.1.2    | Zählstrategien  | 302        |
| 8.2      | Elemente der beschreibenden Statistik   | 304        |
| 8.2.1    | Statistische Erhebungen<br>(Erfassen und Auswerten von Daten)                 | 304        |
| 8.2.2    | Statistische Kenngrößen<br>(bei Häufigkeitsverteilungen)                      | 309        |
| 8.3      | Wahrscheinlichkeitsrechnung   | 314        |
| 8.3.1    | Vorgänge mit zufälligem Ergebnis;<br>zufällige Ereignisse                     | 314        |
| 8.3.2    | Elementarer Wahrscheinlichkeitsbegriff;<br>Berechnen von Wahrscheinlichkeiten | 316        |
| 8.3.3    | Mehrstufige Zufallsversuche   | 317        |
| 8.3.4    | Zufallsgrößen und ihre Verteilung   | 323        |
| <b>9</b> | <b>Rechenhilfsmittel</b>  | <b>327</b> |
| 9.1      | Geschichtlicher Abriss  | 328        |
| 9.2      | Elektronische Hilfsmittel   | 331        |
| 9.2.1    | Der elektronische Taschenrechner  | 331        |
| 9.2.2    | Grafikfähige Taschenrechner   | 334        |
| 9.2.3    | Computeralgebrasysteme  | 336        |
| 9.2.4    | Tabellenkalkulationsprogramme   | 338        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>A</b> | <b>Anhang</b>                                       | <b>341</b> |
|          | Übersicht zur Herkunft ausgewählter                 |            |
|          | mathematischer Begriffe                             | 342        |
|          | Mathematische Zeichen und Symbole                   | 345        |
|          | Griechisches Alphabet                               | 346        |
|          | Römische Zahlzeichen                                | 346        |
|          | Rundungsregeln                                      | 347        |
|          | Primzahlen; Primfaktorzerlegung der Zahlen bis 1000 | 347        |
|          | Quadratzahlen; Kubikzahlen; Quadratwurzeln;         |            |
|          | Kubikwurzeln  | 349        |
|          | Vorsätze  | 350        |
|          | Einheiten von Größen                                | 350        |
|          | Nichtdezimale Einheiten                             | 351        |
|          | Umrechnung Gradmaß in Bogenmaß                      | 353        |
|          | Kreisflächeninhalt                                  | 354        |
|          | Die Funktionen $y = \sin x$ und $y = \cos x$        | 356        |
|          | Zufallszahlen                                       | 358        |
|          | Fakultäten $n!$                                     | 359        |
|          | Binomialkoeffizienten                               | 360        |
|          | Binomiale Wahrscheinlichkeiten $b(n; p; k)$         | 361        |
|          | Standardnormalverteilung                            | 362        |
|          | Aufbau der Zahlenbereiche                           | 363        |
|          | Intervalle (spezielle Teilmengen von $\mathbb{R}$ ) | 363        |
|          | Potenzen  | 364        |
|          | Wurzeln   | 364        |
|          | Logarithmen   | 364        |
|          | Dreisatz  | 365        |
|          | Kettensatz  | 365        |
|          | Mischungsrechnen                                    | 366        |
|          | Mittelwerte   | 366        |
|          | Winkel  | 367        |
|          | Dreiecke  | 367        |
|          | Dreiecksarten                                       | 368        |
|          | Vierecke  | 369        |
|          | Regelmäßige Vielecke                                | 370        |
|          | Kreis   | 370        |
|          | Körper mit ebenen Begrenzungsflächen                | 371        |
|          | Körper mit gekrümmten Begrenzungsflächen            | 372        |
|          | Winkelfunktionen                                    | 373        |
|          | Kleine Einführung in die Vektorrechnung             | 375        |
|          | Register  | 381        |