

<b>1</b>	<b>Einleitung: Der harmonische Oszillator</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Der harmonische Oszillator in der klassischen Physik</b>	<b>5</b>
2.1	Mathematische Grundlagen	5
2.1.1	Funktionale	5
2.1.2	Funktionalableitungen	6
2.2	Der Lagrange-Formalismus	7
2.2.1	Zwangsbedingungen und verallgemeinerte Koordinaten	8
2.2.2	Das Prinzip der kleinsten Wirkung	10
2.2.3	Die Euler-Lagrange-Gleichungen	11
2.3	Der harmonische Oszillator am Beispiel des mathematischen Pendels	14
<b>3</b>	<b>Der harmonische Oszillator in der Quantenmechanik</b>	<b>19</b>
3.1	Der Hamilton-Formalismus	19
3.1.1	Die Hamilton-Funktion	20
3.1.2	Kanonische Gleichungen	21
3.2	Die Schrödinger-Gleichung	22
3.3	Der quantenmechanische harmonische Oszillator	24
3.3.1	Lösung mithilfe der Schrödinger-Gleichung	24
3.3.2	Lösung mit der Dirac'schen Operatormethode	31
<b>4</b>	<b>Die Rolle des harmonischen Oszillators in der Quantenfeldtheorie</b>	<b>39</b>
4.1	Das klassische Strahlungsfeld	39
4.1.1	Die Wellengleichung	39

4.1.2	Das Vektorpotenzial .....	41
4.1.3	Energie des elektromagnetischen Feldes .....	44
4.2	Lagrange-Formalismus für relativistische Felder .....	48
4.2.1	Skalare Felder .....	49
4.2.2	Das Klein-Gordon-Feld .....	52
4.3	Quantisierung von Feldern .....	54
4.3.1	Kanonische Quantisierung des skalaren Feldes .....	54
4.3.2	Kanonische Quantisierung des Klein-Gordon-Feldes .....	55
4.3.3	Kanonische Quantisierung des Strahlungsfeldes .....	58
<b>5</b>	<b>Der harmonische Oszillator im Pfadintegralformalismus .....</b>	<b>61</b>
5.1	Vorüberlegungen .....	62
5.2	Operatorordnungen .....	63
5.3	Herleitung des Pfadintegrals .....	65
5.4	Pfadintegral eines freien Teilchens .....	70
5.5	Pfadintegral des eindimensionalen harmonischen Oszillators .....	71
<b>6</b>	<b>Ausblick .....</b>	<b>79</b>
<b>7</b>	<b>Nebenrechnungen .....</b>	<b>83</b>
7.1	Kinetische Energie des mathematischen Pendels .....	83
7.2	Potenzielle Energie des mathematischen Pendels .....	84
7.3	Vertauschungsrelation für die Operatoren $\hat{b}$ und $\hat{b}^\dagger$ .....	84
7.4	Nebenrechnung zum Quadrat der Rotation des Vektorpotenzials .....	85
7.5	Lösung der Klein-Gordon-Gleichung .....	86
7.6	Hilfreiche Nebenrechnung 1 .....	87
7.7	Hilfreiche Nebenrechnung 2 .....	88
7.8	Vertauschungsrelationen von $a(\vec{k})$ und $a^\dagger(\vec{k})$ .....	90
7.9	Hamilton-Funktion des Klein-Gordon-Feldes .....	91
7.10	Hilfreiche Nebenrechnung 3 .....	96
7.11	Gauß'sche Integrale 1 .....	97
7.12	Gauß'sche Integrale 2 .....	98
7.13	Gauß'sche Integrale 3 .....	99
7.14	Funktionalableitung zur Herleitung des Pfadintegrals .....	102

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>IX</b>
7.15 Berechnung des Pfadintegrals für den harmonischen Oszillator 1 .....	105
7.16 Berechnung des Pfadintegrals für den harmonischen Oszillator 2 .....	106
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>109</b>