

1 Einleitung: Der harmonische Oszillator	1
2 Der harmonische Oszillator in der klassischen Physik	5
2.1 Mathematische Grundlagen	5
2.1.1 Funktionale	5
2.1.2 Funktionalableitungen	6
2.2 Der Lagrange-Formalismus	7
2.2.1 Zwangsbedingungen und verallgemeinerte Koordinaten	8
2.2.2 Das Prinzip der kleinsten Wirkung	10
2.2.3 Die Euler-Lagrange-Gleichungen	11
2.3 Der harmonische Oszillator am Beispiel des mathematischen Pendels	14
3 Der harmonische Oszillator in der Quantenmechanik	19
3.1 Der Hamilton-Formalismus	19
3.1.1 Die Hamilton-Funktion	20
3.1.2 Kanonische Gleichungen	21
3.2 Die Schrödinger-Gleichung	22
3.3 Der quantenmechanische harmonische Oszillator	24
3.3.1 Lösung mithilfe der Schrödinger-Gleichung	24
3.3.2 Lösung mit der Dirac'schen Operatormethode	31
4 Die Rolle des harmonischen Oszillators in der Quantenfeldtheorie	39
4.1 Das klassische Strahlungsfeld	39
4.1.1 Die Wellengleichung	39

4.1.2 Das Vektorpotenzial	41
4.1.3 Energie des elektromagnetischen Feldes	44
4.2 Lagrange-Formalismus für relativistische Felder	48
4.2.1 Skalare Felder	49
4.2.2 Das Klein-Gordon-Feld	52
4.3 Quantisierung von Feldern	54
4.3.1 Kanonische Quantisierung des skalaren Feldes	54
4.3.2 Kanonische Quantisierung des Klein-Gordon-Feldes	55
4.3.3 Kanonische Quantisierung des Strahlungsfeldes	58
5 Der harmonische Oszillator im Pfadintegralformalismus	61
5.1 Vorüberlegungen	62
5.2 Operatorordnungen	63
5.3 Herleitung des Pfadintegrals	65
5.4 Pfadintegral eines freien Teilchens	70
5.5 Pfadintegral des eindimensionalen harmonischen Oszillators	71
6 Ausblick	79
7 Nebenrechnungen	83
7.1 Kinetische Energie des mathematischen Pendels	83
7.2 Potenzielle Energie des mathematischen Pendels	84
7.3 Vertauschungsrelation für die Operatoren \hat{b} und \hat{b}^\dagger	84
7.4 Nebenrechnung zum Quadrat der Rotation des Vektorpotenzials	85
7.5 Lösung der Klein-Gordon-Gleichung	86
7.6 Hilfreiche Nebenrechnung 1	87
7.7 Hilfreiche Nebenrechnung 2	88
7.8 Vertauschungsrelationen von $a(\vec{k})$ und $a^\dagger(\vec{k})$	90
7.9 Hamilton-Funktion des Klein-Gordon-Feldes	91
7.10 Hilfreiche Nebenrechnung 3	96
7.11 Gauß'sche Integrale 1	97
7.12 Gauß'sche Integrale 2	98
7.13 Gauß'sche Integrale 3	99
7.14 Funktionalableitung zur Herleitung des Pfadintegrals	102

Inhaltsverzeichnis	IX
<hr/>	
7.15 Berechnung des Pfadintegrals für den harmonischen Oszillator 1	105
7.16 Berechnung des Pfadintegrals für den harmonischen Oszillator 2	106
Literaturverzeichnis	109