

Auf einen Blick

Über den Autor	7
Einführung	21
Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik	29
Kapitel 1: Das Spiel mit den Zahlen	31
Kapitel 2: Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt	49
Kapitel 3: Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division	57
Teil II: Ganze Zahlen	75
Kapitel 4: Die vier großen Operationen in der Praxis	77
Kapitel 5: Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer Ausdrücke	93
Kapitel 6: Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln	107
Kapitel 7: Teilbarkeit	119
Kapitel 8: Fabelhafte Faktoren und viel zitierte Vielfache	127
Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente	143
Kapitel 9: Das Spiel mit den Brüchen	145
Kapitel 10: Es geht weiter: Brüche und die vier großen Operationen	159
Kapitel 11: Dezimalzahlen	183
Kapitel 12: Prozentsätze	207
Kapitel 13: Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentsätzen	221
Teil IV: Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen	235
Kapitel 14: Die perfekte Zehn: Zahlen in wissenschaftlicher Notation	237
Kapitel 15: Maße und Gewichte	247
Kapitel 16: Ein Bild sagt mehr als tausend Worte: Grundlegende Geometrie	259
Kapitel 17: Sehen ist glauben: Graphen als visuelles Werkzeug	283
Kapitel 18: Textaufgaben mit Geometrie und Maßen lösen	295
Kapitel 19: Chancen ausrechnen: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	307
Kapitel 20: Jede Menge Mengenlehre	321
Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra	329
Kapitel 21: Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische Ausdrücke	331
Kapitel 22: Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen	349
Kapitel 23: Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra	363

Teil VI: Der Top-Ten-Teil	373
Kapitel 24: Die zehn wichtigsten Konzepte der Mathematik, die Sie keinesfalls ignorieren sollten.....	375
Kapitel 25: Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten	381
Stichwortverzeichnis	391

Inhaltsverzeichnis

Über den Autor	7
Einführung	21
Über dieses Buch	21
Konventionen in diesem Buch	22
Was Sie nicht lesen müssen	22
Törichte Annahmen über den Leser	23
Wie dieses Buch aufgebaut ist	23
Teil I: Grundlagen der grundlegenden Mathematik	23
Teil II: Ganze Zahlen	24
Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente	24
Teil IV: Visualisieren und Messen – Graphen, Maße, Statistik und Mengen	25
Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra	25
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	26
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	26
Wie es weitergeht	26
 TEIL I	
GRUNDLAGEN DER GRUNDLEGENDEN MATHEMATIK	29
Kapitel 1	
Das Spiel mit den Zahlen	31
Die Erfindung der Zahlen	32
Zahlenfolgen verstehen	32
Ungerade gerade machen	33
Um 3, 4, 5 und so weiter weiterzählen	33
Quadratzahlen verstehen	34
Zusammengesetzte Zahlen – ganz einfach	34
Die Primzahlen verweigern sich dem Rechteck!	36
Mit Exponenten schnell multiplizieren	36
Der Zahlenstrahl	38
Auf dem Zahlenstrahl addieren und subtrahieren	38
Das Nichts verstehen lernen: 0	39
Und nun in die andere Richtung: Negative Zahlen	40
Die Möglichkeiten vervielfachen sich – Multiplikation	41
Auseinanderdividiert	42
Die Zwischenstellen: Brüche	43
Vier wichtige Zahlenmengen	44
Zählen mit den natürlichen Zahlen	44
Einführung der ganzen Zahlen	45
Wir bleiben rational	45
Werden wir reell	45
Aufgaben	46

Kapitel 2

Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt	49
Den Stellenwert kennen	50
Bis zehn zählen – und darüber hinaus	50
Platzhalter von führenden Nullen unterscheiden	51
Lange Zahlen lesen	52
Runden und Schätzen	52
Zahlen runden	52
Werte schätzen, um Aufgaben einfacher zu lösen	54
Aufgaben	55

Kapitel 3

Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division

57

Zusammenzählen: Addition	57
Reihenweise: Größere Zahlen in Spalten addieren	58
Übertrag: Zweistellige Lösungen	58
Abziehen: Subtraktion	59
Spaltenweise: Große Zahlen subtrahieren	60
Zehnerübertrag: Mit »Borgen« subtrahieren	61
Multiplikation	63
Multiplikationssymbole	64
Die Multiplikationstabelle auswendig lernen	64
Zwei Stellen: Größere Zahlen multiplizieren	68
Division im Handumdrehen	69
Schriftliche Division im Nu erledigt	70
Was übrig bleibt: Division mit Rest	72
Aufgaben	72

TEIL II

GANZE ZAHLEN

75

Kapitel 4

Die vier großen Operationen in der Praxis

77

Eigenschaften der vier großen Operationen	77
Inverse Operationen	78
Kommutative Operationen	79
Assoziative Operationen	80
Distribution – zur Lastverringern	81
Die vier großen Operationen für negative Zahlen	81
Addition und Subtraktion mit negativen Zahlen	82
Multiplikation und Division mit negativen Zahlen	83
Einheiten und Größen verstehen	84
Größen addieren und subtrahieren	84
Größen multiplizieren und dividieren	85

Ungleichheiten verstehen	86
Ungleich (\neq)	86
Kleiner ($<$) und größer ($>$)	86
Ungefähr gleich (\approx)	87
Über die großen Vier hinaus: Exponenten, Quadratwurzeln und Beträge	87
Exponenten verstehen	87
Zurück zu den Wurzeln	88
Den Betrag einer Zahl bestimmen	89
Aufgaben	89

Kapitel 5

Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer

Ausdrücke 93

Drei wichtige Konzepte der Mathematik: Gleichungen, Terme und deren Berechnung	93
Gleichheit für alle: Gleichungen	94
He, es ist nur ein Term!	95
Die Situation vereinfachen	95
Die Vereinigung der drei Konzepte	96
Die Operatorenreihenfolge	96
Anwendung der Operatorenreihenfolge auf Terme mit den vier großen Operationen	97
Anwendung der Operatorenreihenfolge in Termen mit Exponenten	100
Anwendung der Operatorenreihenfolge in Termen mit Klammern	101
Aufgaben	104

Kapitel 6

Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln 107

Zwei Gerüchte über Textaufgaben zerstreuen	108
Textaufgaben sind nicht immer schwierig	108
Textaufgaben sind nützlich	108
Grundlegende Textaufgaben lösen	109
Textaufgaben in Wortgleichungen umwandeln	109
Zahlen für Wörter einsetzen	111
Komplexere Textaufgaben lösen	113
Wenn es ernst wird mit den Zahlen	114
Zu viel Information	115
Alles zusammen	116
Aufgaben	118

Kapitel 7

Teilbarkeit 119

Die Tricks der Teilbarkeit	119
Zahlen, durch die geteilt werden kann	119
Das dicke Ende: Die hinteren Ziffern ansehen	120

14 Inhaltsverzeichnis

Jeder macht mit: Teilbarkeit durch Addition der Ziffern prüfen.....	121
Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen erkennen.....	124
Aufgaben	126

Kapitel 8

Fabelhafte Faktoren und viel zitierte Vielfache.....	127
Sechs Methoden, dasselbe zu sagen	127
Faktoren und Vielfache in Beziehung setzen.....	128
Fabelhafte Faktoren.....	129
Erkennen, ob eine Zahl ein Faktor einer anderen Zahl ist.....	129
Die Faktoren einer Zahl ermitteln	130
Primfaktoren.....	131
Den größten gemeinsamen Teiler finden.....	136
Viel zitierte Vielfache.....	137
Vielfache erzeugen	138
Das kleinste gemeinsame Vielfache bestimmen.....	138
Aufgaben	140

TEIL III

TEILE DES GANZEN: BRÜCHE, DEZIMALZAHLEN UND PROZENTE	143
-------------------------------------------------------------------	------------

Kapitel 9

Das Spiel mit den Brüchen.....	145
Eine Torte in Bruchteile schneiden	146
Entscheidende Informationen über Brüche.....	147
Den Zähler vom Nenner unterscheiden	147
Reziproke – der Umkehr halber	148
Die Verwendung von Nullen und Einsen.....	148
Gut gemischt.....	149
Echtes und Unechtes unterscheiden.....	149
Brüche erweitern und kürzen.....	149
Brüche erweitern.....	150
Brüche kürzen.....	151
Unechte Brüche und gemischte Schreibweise ineinander umwandeln	153
Die Bestandteile der gemischten Schreibweise	153
Die gemischte Schreibweise in einen unechten Bruch umwandeln.....	153
Einen unechten Bruch in die gemischte Schreibweise umwandeln	154
Die Kreuzmultiplikation verstehen	155
Aufgaben	156

Kapitel 10

Es geht weiter: Brüche und die vier großen Operationen.....	159
Brüche multiplizieren und dividieren.....	159
Zähler und Nenner einfach multiplizieren.....	160
Mit einer Drehung Brüche dividieren	162

Zusammengefasst: Brüche addieren	162
Die Summe von Brüchen mit gleichen Nennern ermitteln	163
Brüche mit unterschiedlichen Nennern addieren	164
Weg damit: Brüche subtrahieren	170
Brüche mit gleichen Nennern subtrahieren	170
Brüche mit unterschiedlichen Nennern subtrahieren	171
Mit der gemischten Schreibweise arbeiten	174
Zahlen in gemischter Schreibweise multiplizieren und dividieren	174
Zahlen in gemischter Schreibweise addieren und subtrahieren	175
Aufgaben	181

Kapitel 11

Dezimalzahlen 183

Grundlegende Informationen über Dezimalzahlen	184
Euros und Dezimalzahlen zählen	184
Der Stellenwert von Dezimalzahlen	186
Die dezimalen Tatsachen des Lebens	187
Die großen vier Operationen für Dezimalzahlen	191
Dezimalzahlen addieren	191
Dezimalzahlen subtrahieren	193
Dezimalzahlen multiplizieren	194
Dezimalzahlen dividieren	195
Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln	198
Einfache Umwandlungen	198
Dezimalzahlen in Brüche umwandeln	198
Brüche in Dezimalzahlen umwandeln	201
Aufgaben	204

Kapitel 12

Prozentsätze 207

Prozentsätze verstehen	207
Der Umgang mit Prozentsätzen größer 100 Prozent	208
Prozentsätze, Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln	209
Von Prozentsätzen zu Dezimalzahlen	209
Von Dezimalzahlen zu Prozentsätzen	209
Von Prozentsätzen zu Brüchen	209
Von Brüchen zu Prozentsätzen	210
Prozentaufgaben lösen	211
Ein paar einfache Prozentaufgaben lösen	211
Aufgabenstellungen umkehren	213
Schwierigere Prozentaufgaben lösen	213
Alle Prozentaufgaben kombinieren	214
Die drei Arten von Prozentaufgaben identifizieren	215
Der Prozentkreis	216
Aufgaben	219

Kapitel 13

Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und

Prozentsätzen 221

Teile des Ganzen in Textaufgaben addieren und subtrahieren	222
Eine Pizza teilen: Brüche	222
Kiloweise kaufen: Dezimalzahlen	223
Geteilte Stimmen: Prozentsätze	223
Aufgaben zum Multiplizieren von Brüchen	224
Durchblick in der Metzgerei	224
Kuchenreste	225
Dezimalzahlen und Prozentsätze in Textaufgaben multiplizieren	226
Wie viel Geld ist übrig?	226
Den Grundwert bestimmen	227
Prozentuale Steigerungen und Abnahmen in Textaufgaben	229
Gehaltserhöhungen berechnen	229
Zinsen und Zinseszinsen	231
Schnäppchenjagd: Rabatte berechnen	232
Aufgaben	232

TEIL IV

**VISUALISIEREN UND MESSEN – GRAPHEN, MAßE,
STATISTIK UND MENGEN**

235

Kapitel 14

Die perfekte Zehn: Zahlen in wissenschaftlicher

Notation 237

Das Wichtigste zuerst: Zehnerpotenzen als Exponenten	238
Nullen zählen und Exponenten schreiben	238
Zum Multiplizieren Exponenten addieren	240
Mit der wissenschaftlichen Notation arbeiten	240
In wissenschaftlicher Notation schreiben	241
Warum die wissenschaftliche Notation funktioniert	242
Die Größenordnung verstehen	243
Multiplizieren mit der wissenschaftlichen Notation	243
Aufgaben	245

Kapitel 15

Maße und Gewichte 247

Unterschiede zwischen dem englischen und dem metrischen System untersuchen	247
Das englische System	248
Das metrische System	250
Das englische und das metrische System – schätzen und umrechnen	252
Schätzen zwischen den Systemen	252
Maßeinheiten umrechnen	254
Aufgaben	257

Kapitel 16

Ein Bild sagt mehr als tausend Worte: Grundlegende

Geometrie	259
Alles in der Ebene: Punkte, Linien, Winkel und Figuren	260
Punkte machen	260
Auf der Linie	260
Winkel	261
Figuren	262
Geschlossener Umriss: Weiter zu den 2D-Figuren	262
Kreise	263
Polygone	263
Die nächste Dimension: Körpergeometrie	266
Die vielen Gesichter der Polyeder	266
3D-Körper mit Kurven	268
Figuren messen: Umfang, Fläche, Oberfläche und Volumen	268
2D: In der Ebene messen	268
Weiter in den Raum: In drei Dimensionen messen	275
Aufgaben	279

Kapitel 17

Sehen ist glauben: Graphen als visuelles Werkzeug

283

Die drei wichtigsten Graphenstile	283
Balkendiagramm	284
Tortendiagramm	285
Liniendiagramm	286
Kartesische Koordinaten	287
Punkte in ein kartesisches Koordinatensystem eintragen	287
Geraden in einem kartesischen Koordinatensystem zeichnen	288
Aufgaben mithilfe von kartesischen Koordinaten lösen	290
Aufgaben	292

Kapitel 18

Textaufgaben mit Geometrie und Maßen lösen

295

Der Kettentrick: Maßaufgaben mithilfe von Umrechnungsketten lösen	295
Eine kurze Kette einrichten	296
Mit mehr Verknüpfungen arbeiten	297
Abrunden: Die Suche nach der kürzesten Antwort	298
Textaufgaben aus der Geometrie lösen	300
Mit Wörtern und Bildern arbeiten	300
Ein wenig Zeichentalent ist gefragt	301
Und jetzt alles zusammen: Geometrie und Maße in einer	
Aufgabenstellung	304
Aufgaben	306

Kapitel 19

Chancen ausrechnen: Statistik und

Wahrscheinlichkeitsrechnung 307

Mathematisch Daten sammeln: Grundlegende Statistik	308
Der Unterschied zwischen qualitativen und quantitativen Daten	308
Die Arbeit mit qualitativen Daten	309
Die Arbeit mit quantitativen Daten	311
Wahrscheinlichkeiten: Grundlegende Wahrscheinlichkeitsrechnung	314
Wahrscheinlichkeit berechnen	315
Wahrscheinlichkeiten! Ergebnisse bei mehreren Münzen und Würfeln zählen	316
Aufgaben	318

Kapitel 20

Jede Menge Mengenlehre 321

Mengen	321
Elementar: Das Innenleben der Mengen	322
Zahlenmengen	325
Operationen für Mengen	325
Vereinigung: Kombinierte Elemente	326
Schnitt: Gemeinsame Elemente	326
Relatives Komplement: Subtraktion (so gut wie)	327
Absolutes Komplement: Das glatte Gegenteil	327
Aufgaben	328

TEIL V

AKTE X: EINFÜHRUNG IN DIE ALGEBRA 329

Kapitel 21

Mr. X kennenlernen: Algebra und algebraische

Ausdrücke 331

x als Platzhalter	332
Algebraische Ausdrücke	332
Algebraische Ausdrücke berechnen	333
Algebraische Terme	335
Kommutativ: Terme neu anordnen	336
Den Koeffizienten und die Variable identifizieren	337
Ähnliche Terme identifizieren	338
Algebraische Terme und die vier großen Operationen	338
Algebraische Ausdrücke vereinfachen	342
Ähnliche Terme kombinieren	342
Klammern aus einem algebraischen Ausdruck entfernen	343
Aufgaben	347

Kapitel 22

Mr. X enttarnen: Algebraische Gleichungen	349
Algebraische Gleichungen verstehen.....	350
x in Gleichungen verwenden.....	350
Vier Methoden, um algebraische Gleichungen zu lösen	351
Die Suche nach dem Gleichgewicht: Nach x auflösen	353
Das Gleichgewicht halten.....	353
Mithilfe der Waagschale x isolieren.....	354
Gleichungen neu anordnen und x isolieren.....	355
Terme auf einer Seite einer Gleichung neu anordnen.....	355
Terme auf die andere Seite des Gleichheitszeichens verschieben.....	356
Klammern aus Gleichungen entfernen.....	357
Kreuzmultiplikation.....	359
Aufgaben	361

Kapitel 23

Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra	363
Algebra-Textaufgaben in fünf Schritten lösen.....	363
Eine Variable deklarieren.....	364
Die Gleichung aufstellen.....	365
Die Gleichung lösen.....	366
Die Frage beantworten.....	366
Die Lösung überprüfen	366
Die Variablen sorgfältig auswählen.....	367
Kompliziertere Algebra-Aufgaben lösen.....	368
Tabellen für vier Personen	368
Mit fünf Personen über die Ziellinie.....	369
Aufgaben	372

TEIL VI

DER TOP-TEN-TEIL	373
-------------------------------	------------

Kapitel 24

Die zehn wichtigsten Konzepte der Mathematik, die Sie keinesfalls ignorieren sollten	375
Jede Menge Mengen.....	375
Das Spiel mit den Primzahlen	376
Null: Viel Lärm um Nichts.....	376
Es wird griechisch: Pi (π).....	377
Auf gleichem Niveau: Gleichheitszeichen und Gleichungen.....	377
Das Raster: Das kartesische Koordinatensystem.....	378
Ein und aus: Funktionen.....	378
Auf in die Unendlichkeit.....	379
Der reelle Zahlenstrahl.....	379
Die imaginäre Zahl i.....	380

Kapitel 25

Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten..... 381

- Reine Natur: Die natürlichen Zahlen..... 382
- Ganze Zahlen identifizieren..... 382
- Rational über rationale Zahlen sprechen..... 383
- Irrationale Zahlen verstehen..... 383
- Algebraische Zahlen..... 384
- Durchblick bei den transzendenten Zahlen..... 384
- Auf dem Boden der reellen Zahlen..... 385
- Imaginäre Zahlen veranschaulichen..... 385
- Die Komplexität komplexer Zahlen verstehen..... 387
- Mit den transfiniten Zahlen über »unendlich« hinaus..... 387

Stichwortverzeichnis..... 391