

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	11
1 Konstruktivismus.....	17
1.1 Entwicklungsstränge des radikalen Konstruktivismus	19
1.1.1 Konstruktivismus als Erkenntnistheorie	19
1.1.2 Theorie der Autopoiese	22
1.1.3 Kybernetik zweiter Ordnung	23
1.1.4 Konstruktivistische Kommunikationstheorie.....	25
1.2 Ko-Konstruktivismus	29
2 Wahrnehmung	33
2.1 Der blinde Fleck	34
2.2 Der farbige Würfel	35
2.3 Die Steinmauer	37
2.4 Der Cola-Geschmackstest	38
2.5 Cocktail-Party-Effekt	40
2.6 Gestaltwahrnehmung	40
2.7 Subjektive Erfahrungsbereiche	44
3 Bildhafte Vorstellungen.....	47
3.1 Repräsentation im Diskurs von Konstruktivismus und Kognition	48
3.2 Definition bildhafter Vorstellungen.....	49
3.3 Nachweis von bildhaften Vorstellungen.....	51
3.3.1 Depikionalismus.....	53
3.3.2 Deskriptionalismus	56
3.4 Kritik am deskriptionalistischen Modell	59
3.5 Das Protomodell der visuellen Wahrnehmung im Zusammenhang mit bildhaften Vorstellungen	61
3.6 Bildhafte Vorstellungen als eigenständiges Kodierungssystem	69
3.7 Anwendung auf ein geometrisches Problem.....	70
4 Das Triple Code Modell	71

4.1	Das visuell-arabische Modul	77
4.2	Das auditiv-verbale Modul	78
4.3	Das Modul der analogen Größenrepräsentation	80
4.4	Erkenntnisse zur analogen Repräsentation von Zahlen	83
4.4.1	Subitizing	83
4.4.2	Der mentale Zahlenstrahl	92
4.4.3	Größeneffekt	96
4.4.4	Mentaler Zahlenstrahl als Metapher	103
4.4.5	Mustererkennung als Basisfähigkeit	104
4.5	Das Triple-Code-Modell – Zusammenfassung und kritische Würdigung	107
5	Mentales Operieren und Anschauungsmittel	111
5.1	Begrifflichkeiten im Themenfeld Anschauungsmittel	113
5.2	Grundvorstellungen	115
5.2.1	Grundvorstellungen zu Zahlen	118
5.2.2	Grundvorstellungen zu Rechenoperationen	119
5.2.3	Grundvorstellungen zu Strategien	122
5.3	Geschichtliche Aspekte	125
5.4	Funktionen von Anschauungsmitteln	127
5.4.1	Lösungshilfe	127
5.4.2	Lernhilfe	128
5.4.3	Kommunikationshilfe	129
5.4.4	Weitere Funktionen von Veranschaulichungsmaterial	131
5.5	Funktionen von Anschauungsmaterial und Zahlenrepräsentation	134
5.6	Bedeutungskonstruktionen und individuelle Deutungen von Anschauungsmaterialien	136
5.6.1	Veranschaulichungen sind nicht selbsterklärend	136
5.6.2	Unterschiedliche Qualitäten in der Deutung von Anschauungsmitteln	139

5.7	Deutungen von Anschauungsmaterialien bei Divergenzen zur Grundvorstellung	143
5.8	Stufen der Deutung von Anschauungsmitteln	147
5.9	Verinnerlichung von Handlungen.....	153
5.9.1	Verinnerlichung durch die Abstraktion der Handlungen	156
5.9.2	Phase des Handelns mit konkreten Materialien.....	156
5.9.3	Phase der bildlichen Darstellung.....	157
5.9.4	Phase der symbolischen Darstellung.....	158
5.9.5	Phase des Automatisierens	160
5.10	Modifizierung des Phasenmodells	161
5.11	Variationen und Weiterentwicklungen des Fördermodells	162
5.11.1	Das Vier-Phasen-Modell.....	173
5.12	Modell der Repräsentationsumorganisation.....	176
5.12.1	Konsequenzen für die Mathematikdidaktik	185
5.13	Zusammenfassung und Diskussion verschiedener Aspekte.....	187
6	Räumliches Vorstellungsvermögen	193
6.1	Bildungsstandards und mathematische Kompetenzen	193
6.2	Raum und Form in den Bildungsstandards.....	198
6.3	Definition und Überlegungen zum Begriff Raumvorstellung	201
6.3.1	Psychometrische Perspektive	203
6.3.2	Kognitive Perspektive	207
6.4	Entwicklung von Raumvorstellung	214
6.4.1	Entwicklung von Raumvorstellung in den ersten beiden Lebensjahren	216
6.5	Der Einfluss von räumlichem Vorstellungsvermögen auf arithmetische Kompetenzen.....	244
6.5.1	Korrelationen von Raumvorstellung und Arithmetik.....	246
6.5.2	Zusammenfassung und Diskussion.....	255
7	Fragestellung und Forschungsmethode	259
7.1	Forschungsfragen.....	262

7.2	Forschungsmethodik.....	263
7.3	Design der Studie.....	264
7.3.1	Stichprobe	266
7.4	Erhebungsinstrumente	268
7.4.1	Der Hamburger Rechentest für die zweite Klasse	268
7.4.2	Punktebilder-Interview als Leitfadenterview	274
7.5	Validität und Reliabilität des Punktebilder-Interviews	293
7.5.1	Korrelation des Punktebilder-Interviews und des Hamburger Rechentests	295
7.5.2	Expertenmeinungen zum Interview	304
8	Empirische Untersuchung zum Zusammenhang von Raumvorstellung und mentalem arithmetischen Operieren	307
8.1	Deskriptive Datenanalyse für den Hamburger Rechentest.....	308
8.2	Deskriptive Datenanalyse für das Punkte-Bilder-Interview	311
8.3	Zusammenhang der Leistungen in den Subtests mit räumlichem Anteil und dem Punktebilder-Interview	315
8.3.1	Regressionsanalyse.....	318
8.4	Schlussfolgerungen aus der statistischen Analyse.....	322
8.5	Qualitative Fallanalysen	323
8.5.1	Hohe räumliche Kompetenzen und niedrige Leistungen im PBI... 323	
8.5.2	Einordnung der Ergebnisse und weitergehende Analyse ausgewählter Items.....	331
8.5.3	Niedrige räumliche Kompetenzen im HaReT 2 und hohe Leistungen im PBI - Fallanalysen	336
8.6	Zusammenfassung quantitativer und qualitativer Ergebnisse.....	343
9	Förderung im Bereich Raum und Form	345
9.1	Analyse der Schulbücher.....	345
9.1.1	Zahlen darstellen	346
9.1.2	Addition und Subtraktion.....	349
9.1.3	Zahlzerlegung.....	351
9.1.4	Kommutativität.....	352

9.1.5	Verdoppeln und Halbieren.....	353
9.1.6	Strategien und geschicktes Rechnen.....	355
9.1.7	Bündelung.....	356
9.2	Zusammenfassung	356
9.3	Bausteine der Förderung	357
9.3.1	Quadrate zusammensetzen	357
9.3.2	Quadratmuster drehen	360
9.3.3	Faltschnitte	362
9.3.4	Ansichten von Bausteinkonstellationen	365
9.3.5	Spiegeln von Zusammensetzungen aus Quadrat, Dreiecken und Parallelogramm.....	367
10	Ergebnisse der Intervention	371
10.1	Erhebung der Kompetenzsteigerung über die Analyse der Förderung	371
10.2	Auswirkungen der Förderung auf die Interviewleistungen.....	375
10.2.1	Zusammenhang der Leistungen nach der Intervention	376
10.3	Wirksamkeit der Förderung im arithmetischen Bereich.....	379
10.4	Mittelwertvergleich für die Kontrollgruppe	382
10.5	Mittelwertvergleich für die Interventionsgruppe	385
10.6	Zusammenfassung der statistischen Ergebnisse und Entwicklung weiterer Fragestellungen	388
10.6.1	Analyse der Additions- und Subtraktionsaufgaben	389
10.6.2	Zusammenfassung	400
10.7	Fallanalysen	401
10.7.1	Fallanalyse Sonja.....	401
10.7.2	Fallanalyse Lea	404
10.7.3	Fallanalyse Manuela	406
10.7.4	Zusammenfassung der bisherigen Fallanalysen	410
10.7.5	Fallanalyse Hannes.....	413
10.7.6	Fallanalyse Ronja	417
10.7.7	Zusammenfassung im Hinblick auf alle Fallanalysen	420

11	Diskussion der Ergebnisse, Konsequenzen für pädagogisches Handeln und Ausblick weitere Vorhaben	423
11.1	Direkte und indirekte Einflüsse von räumlichen Kompetenzen	424
11.2	Begünstigende Faktoren für die Vernetzung der Erfahrungsbereiche	426
11.3	Diagnostik räumlicher Kompetenzen	431
11.4	Bildhafte Vorstellungen und Modellieren	434
11.5	Modifizierung des Fördermodells	438
11.6	Abschließende Gedanken	440
12	Literaturverzeichnis	443
13	Verzeichnis der Schulbücher	467