

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlegendes

1	Aller Anfang ist einfach	5
1.1	Standardbezeichnungen im Dreieck	5
1.2	Der Umfang und die Fläche eines Kreises	6
1.3	Die Eselsbrücke (Basiswinkelsatz)	7
1.4	Existenz von Rechtecken	9
1.5	Winkelsumme im rechtwinkligen Dreieck	10
1.6	Winkelsumme im allgemeinen Dreieck und Viereck	10
1.7	Die Messung des Erdumfangs durch ERATOSTHENES	11
1.8	Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkel an Parallelen	12
1.9	Winkel im allgemeinen Fünfstern	13
1.10	Satz über die Diagonalen im Rechteck	13
1.11	Der Thaleskreis	14
1.12	Fläche von Rechteck und Dreieck	15
1.13	Ähnliche Dreiecke	16
1.14	Die Strahlensätze	16
1.15	Satz über die Winkelhalbierende im Dreieck	17
1.16	Ein Quadrat im Dreieck	18
1.17	Der Satz von Menelaos	19
1.18	Der Satz von Ceva	20
2	Rund um den Satz des Pythagoras	23
2.1	Der Satz des Pythagoras	23
2.2	Der Kathetensatz des Euklid	25
2.3	Der Höhensatz des Euklid	26
2.4	Drei weitere Beweise für den Satz des Pythagoras	27
2.5	Andere Herleitung der Satzgruppe des Pythagoras	29
2.6	Die Möndchen des Hippokrates	31
2.7	Das umgeklappte Hypotenusenquadrat	33
2.8	Der Satz von Eddy	34
2.9	Mittelwerte	34
2.10	Die Heronsche Formel	36

3 Die trigonometrischen Funktionen und ihre Anwendungen	39
3.1 Die Definition der trigonometrischen Funktionen	39
3.2 Historische Anmerkung zu den trigonometrischen Funktionen	44
3.3 Die Umkehrfunktionen	46
3.4 Kreise durch zwei Punkte und der Mittelpunkt des Umkreises	47
3.5 Der Peripherie- und Zentriwinkelsatz	48
3.6 Allgemeiner Zentriwinkelsatz	51
3.7 Der Sinussatz	52
3.8 Ungleichung zwischen den Winkeln und den Seiten eines Dreiecks	53
3.9 Anwendung auf die Fläche eines Dreiecks	53
3.10 Der Kosinussatz	54
3.11 Eine Navigationsaufgabe mit überraschender Lösung	55
3.12 Die Grundaufgaben der Dreiecksberechnung	56

Teil II Schöne Dreieckssätze

4 Ausgezeichnete Geraden und Punkte beim Dreieck	67
4.1 Kreise an die Schenkel eines Winkels und der Inkreis	67
4.2 Ergänzung zum Satz über die Winkelhalbierenden	69
4.3 Die Seitenhalbierenden und der Schwerpunkt eines Dreiecks	70
4.4 Der Schnittpunkt der Höhen	74
4.5 Die Euler-Gerade	75
4.6 Das Mitten-Parallelogramm im Viereck (Satz von Varignon)	77
4.7 Der Achtpunktekreis in Vierecken mit senkrechten Diagonalen	77
4.8 Der Neunpunktekreis (Feuerbach-Kreis)	79
4.9 Der Satz von Feuerbach	81
5 Von Dreiecken und Quadraten	85
5.1 Zwei sich berührende Quadrate	85
5.2 Jenseits von Pythagoras	90
5.3 Der Satz von van Aubel	90
5.4 Der Satz von Vecten	92
6 Dreiecke über Dreiecke	97
6.1 Napoleon-Dreiecke	97
6.2 Der Satz von Escher	100
6.3 Der Fermatsche Punkt im Dreieck	102
6.4 Das gleichseitige Dreieck und der Satz von Viviani	106
6.5 Der Satz von van Schooten	108
6.6 Die Ungleichung von Erdős und Mordell	109

Teil III Von Vierecken und Kreisen

7 Vierecke	115
7.1 Die Newtonsche Gerade	117
7.2 Pflasterungen mit allgemeinen Vierecken	119
7.3 Sehnenvierecke	119
7.4 Die Formel von Brahmagupta	121
7.5 Der Satz von Brahmagupta	123
7.6 Der Satz von Ptolemäus	124
7.7 Rechtecke über einem Sehnenviereck	127
7.8 Tangentenvierecke	130
7.9 Sehnentangentenvierecke	133
8 Kreissätze	135
8.1 Die Potenz eines Punktes bezüglich eines Kreises	135
8.2 Der Schmetterlingssatz	137
8.3 Das Malfatti-Problem	139
8.4 Kurven mit konstanter Breite	141
8.5 Gotisches Maßwerk	144
9 Rund um Schustermesser und Salzfass des Archimedes	153
9.1 Der Arbelos (das Schustermesser)	153
9.2 Die Zwillingskreise des Archimedes	155
9.3 Der Salinon (das Salzfass)	156
9.4 Die Verallgemeinerung des Arbelos und des Salinons des Archimedes	157
Schlusswort	163
Lösungen ausgewählter Aufgaben	165
Literatur	175
Stichwortverzeichnis	177