

# Inhalt

0 Vorbemerkungen .....	9
------------------------	---

## Teil I Wahrscheinlichkeitsrechnung

1 Mathematisch-Statistische Grundbegriffe .....	15
1.1 Zufallsprozesse und Wahrscheinlichkeit .....	15
1.1.1 Was ist Wahrscheinlichkeit? .....	20
1.1.2 Das Wahrscheinlichkeitsmaß P .....	22
1.1.3 Die Laplace-Wahrscheinlichkeit .....	25
1.2 Mehrstufige Zufallsprozesse .....	27
1.2.1 Die Ergebnismenge bei mehrstufigen Zufallsprozessen .....	27
1.2.2 Wahrscheinlichkeiten für Ergebnisfolgen .....	29
2 Diskrete Zufallsvariablen .....	33
2.1 Zufallsvariablen auf Basis einstufiger Zufallsprozesse .....	33
2.1.1 Zuordnung von Zahlen zu Ergebnissen eines Zufallsprozesses .....	33
2.1.2 Die Zufallsvariable in sozialwissenschaftlichen Untersuchungen .....	35
2.1.3 Wahrscheinlichkeitsverteilung von Zufallsvariablen .....	36
2.1.4 Statistische Kennwerte von Zufallsvariablen: Erwartungswert und Varianz .....	38
2.1.5 Die Gleichverteilung .....	41
2.1.6 Die Bernoulliverteilung .....	43
2.2 Transformationen von Zufallsvariablen .....	44
2.2.1 Addition einer Konstanten .....	45
2.2.2 Multiplikation mit einer Konstanten .....	47
2.2.3 Addition und Multiplikation kombiniert .....	49
2.3 Zufallsvariablen auf Basis mehrstufiger Zufallsprozesse .....	51
2.3.1 Zuordnung von Zahlen zu Ergebnisfolgen .....	51
2.3.2 Die Binomialverteilung (Teil 1) .....	53
2.3.3 Die Summe mehrerer Zufallsvariablen .....	56
2.3.4 Die Binomialverteilung (Teil 2) .....	59
2.3.5 Das arithmetische Mittel mehrerer Zufallsvariablen .....	63

## 6 Inhalt

3	Stetige Zufallsvariablen . . . . .	67
3.1	Von der diskreten zur stetigen Zufallsvariable . . . . .	67
3.1.1	Die Verteilungsfunktion . . . . .	69
3.1.2	Die Dichtefunktion . . . . .	70
3.2	Die Normalverteilung . . . . .	76
3.2.1	Die „allgemeine“ Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ . . . . .	76
3.2.2	Die Standardnormalverteilung $N(0, 1)$ . . . . .	79
3.3	Arbeiten mit der Normalverteilungstabelle bei $N(0, 1)$ – verteilten Zufallsvariablen . . . . .	80
3.3.1	Aufbau der Normalverteilungstabelle . . . . .	80
3.3.2	Ablesen von Intervallwahrscheinlichkeiten . . . . .	82
3.3.3	Ablesen von Perzentilen $z_p$ . . . . .	84
3.3.4	Realisierungsbereiche einer $N(0, 1)$ -verteilten Zufallsvariable . . . . .	87
3.4	Arbeiten mit der Normalverteilungstabelle bei $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen . . . . .	89
3.4.1	$z$ -Transformation . . . . .	89
3.4.2	Bestimmung von Werten der Verteilungsfunktion $F(x)$ . . . . .	91
3.4.3	Bestimmung von Perzentilen $x_p$ . . . . .	92
3.4.4	Bestimmung von Realisierungsbereichen . . . . .	93
3.4.5	Wahrscheinlichkeitssaussagen für $\bar{X}$ . . . . .	94
3.5	Die $t$ -Verteilung . . . . .	98

## Teil II Inferenzstatistik

4	Punktschätzung . . . . .	105
5	Intervallschätzung . . . . .	109
5.1	Konfidenzintervall für Erwartungswert bei bekannter Varianz . . . . .	110
5.2	Konfidenzintervall für Erwartungswert bei unbekannter Varianz . . . . .	114
6	Grundidee statistischer Testverfahren . . . . .	119
6.1	Hypothesen . . . . .	119
6.2	Fehlertypen . . . . .	121
6.3	Entscheidungsregeln . . . . .	126
6.3.1	Zweiseitiger Test . . . . .	126
6.3.2	Einseitiger Test . . . . .	129
6.3.3	Entwicklung einer Entscheidungsregel . . . . .	132

7	Einstichproben-Tests . . . . .	135
7.1	Zweiseitiger Test ( $H_0 : \mu = \mu_0$ ) . . . . .	135
7.1.1	Ein einführendes Beispiel . . . . .	135
7.1.2	Der zweiseitige Gauß-Test . . . . .	139
7.1.3	<i>t</i> -Test bei kleiner Stichprobe ( $n < 30$ ) . . . . .	141
7.1.4	<i>t</i> -Test bei großer Stichprobe ( $n > 30$ ) . . . . .	145
7.2	Einseitiger Test ( $H_0 : \mu \leq \mu_0$ oder $H_0 : \mu \geq \mu_0$ ) . . . . .	146
7.2.1	Der einseitige Gaußtest . . . . .	147
7.2.2	Der einseitige <i>t</i> -Test ( $\sigma^2$ unbekannt) . . . . .	150
7.2.3	Einhalten des Signifikanzniveaus beim einseitigen Test . . . . .	153
8	Das Konzept der Überschreitungswahrscheinlichkeit ( <i>p</i> -Wert) . . . . .	155
8.1	Der <i>p</i> -Wert beim einseitigen Test . . . . .	155
8.2	Der <i>p</i> -Wert beim zweiseitigen Test . . . . .	158
8.3	Anmerkungen zum <i>p</i> -Wert . . . . .	160
8.4	Interpretation der Ergebnisse eines Signifikanztests . . . . .	160
9	Weitere statistische Testprobleme . . . . .	163
9.1	<i>t</i> -Test zum Vergleich von zwei Mittelwerten . . . . .	163
9.1.1	<i>t</i> -Test für unverbundene Messreihen . . . . .	165
9.1.2	<i>t</i> -Test für verbundene Messreihen . . . . .	167
9.2	Test bei mehr als zwei unabhängigen Stichproben: die einfaktorielle Varianzanalyse . . . . .	169
9.3	Signifikanztest für Korrelationskoeffizienten . . . . .	172
10	Feierabend – erst einmal . . . . .	174
11	Literaturverzeichnis . . . . .	175
12	Abbildungsverzeichnis . . . . .	176
13	Anhang . . . . .	178
14	Index . . . . .	180