

## Inhalt

### Kapitel 1

#### Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Leistungsmerkmale des klassischen Ethernet

1

1.1 Einleitung	1
1.1.1 Die Binomialverteilung	3
1.1.2 Die maximale Wahrscheinlichkeit von $p_1$	8
1.2 Die Erfolgswahrscheinlichkeit bei $k$ Versuchen	11
1.2.1 Die geometrische Verteilung	11
1.3 Die diskrete Zufallsvariable	15
1.3.1 Die Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen	16
1.4 Die durchschnittliche Anzahl der Versuche; der Erwartungswert	19
1.4.1 Die durchschnittliche Anzahl der Kollisionen; der Erwartungswert	28
1.5 Die Kanaleffizienz bei CSMA/CD	30
1.6 Der Binary Exponential Backoff-Algorithmus	38
1.6.1 Simulation der Zufälligkeit	46
1.7 Die durchschnittliche Anzahl sendender Stationen; der Erwartungswert	48
1.8 Die Poisson-Verteilung selten sendender Stationen und der Erwartungswert	54
1.9 Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse	58
1.10 Varianz und Streuung der diskreten Zufallsvariablen	64
1.10.1 Herleitung der Varianz aus der erzeugenden Funktion	68
1.10.1.1 Varianz und Streuung der geometrisch verteilten Zufallsvariablen	69
1.10.1.2 Varianz und Streuung der binomialverteilten Zufallsvariablen	71
1.10.1.3 Varianz und Streuung der Poisson-verteilten Zufallsvariablen	74
1.11 Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung	75
1.11.1 Der Erwartungswert und die Varianz einer stetigen Zufallsvariablen	100
1.11.1.1 Der Erwartungswert der $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen	102
1.11.1.2 Die Varianz und die Streuung der $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen	104
1.11.2 Die Wendepunkte der $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen	107
1.11.3 Der Erwartungswert der $N(0, 1)$ -verteilten Zufallsvariablen	110
1.11.4 Die Varianz und die Streuung der $N(0, 1)$ -verteilten Zufallsvariablen	111
1.11.5 Die Wendepunkte der $N(0, 1)$ -verteilten Zufallsvariablen	112
1.11.6 Die Verteilungsfunktion der normalverteilten Zufallsvariablen	116
1.12 Bedingte Wahrscheinlichkeiten und unabhängige Ereignisse	126
1.12.1 Die vollständige Wahrscheinlichkeit und die Formel von Bayes	131
1.13 Zweidimensionale diskrete Zufallsvariablen	135
1.13.1 Verteilungsfunktion einer diskreten zweidimensionalen Zufallsvariablen	145
1.14 Mehrdimensionale diskrete Zufallsvariablen	148
1.15 Summen und Produkte von zwei- und mehrdimensionalen diskreten Zufallsvariablen	154
1.15.1 Die Kovarianz von zwei- und mehrdimensionalen diskreten Zufallsvariablen	160
1.15.2 Die Verteilungsfunktion einer diskreten mehrdimensionalen Zufallsvariablen	165

### Kapitel 2

#### Grundzüge der Informationstheorie

169

2.1 Der Informationsgehalt (die Formel von Hartley)	169
2.2 Die Entropie (die Formel von Shannon)	173
2.3 Die Entropie unabhängiger Verbundzeichen	178

2.4 Die Entropie abhängiger Verbundzeichen	183
2.5 Informationsfluss und Kanalkapazität	204
2.6 Kontinuierliche Nachrichtenquellen und zufällige Signale	215
2.6.1 Die differentielle Entropie und Transinformation	219
2.6.2 Gleichmäßig verteilte Zufallssignale	225
2.6.3 Normalverteilte Zufallssignale	228
2.6.4 Die Kanalkapazität nach Shannon	231

### Kapitel 3

## Stochastische Prozesse 234

3.1 Einführung	234
3.2 Markov-Ketten	234
3.2.1 Die Berechnung der Zustands- und Übergangswahrscheinlichkeit	237
3.2.2 Stationäre Verteilung	243
3.2.3 Die Berechnung der Ankunfts-wahrscheinlichkeiten	247
3.2.4 Die Berechnung der Übergangszeiten	250
3.3 Prozesse mit kontinuierlicher Zeit	259
3.3.1 Der Poisson-Prozess	262
3.3.2 Die Exponentialverteilung als Grenzwert der geometrischen Verteilung	267
3.4 Markov-Prozess	277
3.4.1 Der Birth- and Death-Prozess	278
3.4.2 Die M/M/1-Warteschlange	282
3.4.2.1 Die durchschnittliche Anzahl von Nachrichten im System	284
3.4.2.2 Die durchschnittliche Anzahl von Nachrichten in der Warteschlange	285
3.4.2.3 Die durchschnittliche Aufenthaltszeit einer Nachricht im System	286
3.4.2.4 Die durchschnittliche Aufenthaltszeit einer Nachricht in der Warteschlange	286
3.4.2.5 Die Formeln von Little	287
3.4.2.6 Die Gamma-Funktion und die Erlang-Verteilung	290
3.4.2.6.1 Die Verteilung der Zufallsvariablen $T$ = Wartezeit im Warteschlangensystem	293
3.4.2.6.2 Die Verteilung der Zufallsvariablen $T_s$ = Wartezeit in der Warteschlange	298
3.4.3 Die M/M/1/k-Warteschlange	302
3.4.3.1 Die mittlere Anzahl von Nachrichten im System	303
3.4.3.2 Die mittlere Anzahl von Nachrichten in der Warteschlange	305
3.4.3.3 Die mittlere Aufenthaltszeit einer Nachricht im System	307
3.4.3.4 Die mittlere Aufenthaltszeit einer Nachricht in der Warteschlange	308
3.4.4 Die M/M/s-Multiserver-Warteschlange	310
3.4.4.1 Die mittlere Anzahl von Nachrichten $E(L_s)$ in der Warteschlange	315
3.4.4.2 Die mittlere Aufenthaltszeit einer Nachricht $E(T_s)$ in der Warteschlange	316
3.4.4.3 Die mittlere Aufenthaltszeit einer Nachricht $E(T)$ im System	317
3.4.4.4 Die mittlere Anzahl von Nachrichten $E(L)$ im System	317
3.4.4.5 Die Erlang'sche C-Formel	318
3.4.4.6 Die Verteilung der Zufallsvariablen $T_s$ = Wartezeit in der Warteschlange	321
3.4.4.7 Die Verteilung der Zufallsvariablen $T$ = Aufenthaltszeit im M/M/s-Warteschlangensystem	328
3.4.5 Die M/M/s/k-Multiserver-Warteschlange	335
3.4.5.1 Die mittlere Anzahl von Nachrichten $E(L_s)$ in der Warteschlange	336
3.4.5.2 Die mittlere Anzahl von Nachrichten $E(L)$ im System	338

3.4.5.3 Die mittlere Aufenthaltszeit einer Nachricht $E(T_s)$ in der Warteschlange	339
3.4.5.4 Die mittlere Aufenthaltszeit einer Nachricht $E(T)$ im System	339
3.4.5.5 Die Verteilung der Zufallsvariablen $T_s$ = Wartezeit in der Warteschlange	342
3.4.5.5.1 Die Wartezeitverteilung in der Warteschlange des <b>M/M/1/k</b> -Systems	348
3.4.5.6 Die Verteilung der Zufallsvariablen $T$ = Aufenthaltszeit im M/M/s/k-Warteschlangensystem	351
3.4.5.6.1 Die Verteilung der Zufallsvariablen $T$ = Aufenthaltszeit im <b>M/M/1/k</b> -Warteschlangensystem	353
3.4.6 Warteschlangen für Quellen mit endlicher Anzahl von Nachrichten	355
3.4.6.1 Die mittlere Anzahl $E(L)$ von Nachrichten im System	359
3.4.6.2 Die mittlere Anzahl $E(L_s)$ von Nachrichten in der Warteschlange	359
3.4.6.3 Die mittlere Aufenthaltszeit $E(T)$ einer Nachricht im System	360
3.4.6.4 Die mittlere Aufenthaltszeit $E(T_s)$ einer Nachricht in der Warteschlange	360
<b>Kapitel 4</b>	
<b>Zyklischer Redundanzcode (CRC) mit Fehlererkennung</b>	<b>363</b>
4.1 Einleitung	363
4.2 Cyclic Redundancy Code (CRC)	364
4.3 Die modulo $m$ Rechnung	365
4.3.1 Die Arithmetik im Galois-Feld $GF(2)$	366
4.4 Fehlererkennung mit der Polynomcodemethode	367
4.5 Zyklische Eigenschaften	369
4.6 Modulo2 Division und Hardware	370
4.7 Modulo2 Division und Software	376
4.7.1 frame check sequence-Berechnung für 1 Oktet	377
4.7.2 frame check sequence-Berechnung für $n$ Oktets	380
<b>Kapitel 5</b>	
<b>Grundzüge der statistischen Systemtheorie</b>	<b>382</b>
5.1 Funktion einer Zufallsgröße und ihr Erwartungswert	382
5.2 Der Korrelationskoeffizient	384
5.3 Die Autokorrelationsfunktion	391
5.3.1 Beispiele für Autokorrelationsfunktionen	395
5.3.2 Die Autokorrelationsfunktion des weißen Rauschens	406
5.4 Der Dirac-Impuls	408
5.4.1 Die Ausblendeigenschaft des Dirac-Impulses	410
5.5 Die spektrale Leistungsdichte als Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion	412
5.5.1 Beispiel 1: Die e-Funktion und ihr Spektrum	413
5.5.2 Beispiel 2: Der Dirac-Impuls und die zugehörige Spektralfunktion (weißes Rauschen)	416
5.5.3 Beispiel 3: Die sinc-Funktion und ihr Spektrum	417
5.5.4 Beispiel 4: Der Rechteckimpuls und die zugehörige Spektralfunktion	418
5.6 Die Autokorrelationsfunktionen periodischer Signale (z.B. Cosinusschwingung)	420
5.6.1 Die spektrale Leistungsdichte der Cosinusfunktion	423
5.7 Lineare zeitinvariante Systeme (LZI-Systeme)	425
5.7.1 Das Faltungsintegral	429
5.7.2 Die Übertragungsfunktion und ihr Zusammenwirken mit der Impulsantwort	436

5.7.3 Mittelwert und Autokorrelationsfunktion der Systemreaktionen	439
5.8 Grundständiges zur Kreuzkorrelationsfunktion	455
5.8.1 Die Kreuzkorrelationsfunktion im eingeschwungenen Zustand	460
5.8.2 Die spektrale Kreuzleistungsdichte	462
<b>5.9 Die Laplace-Transformation</b>	<b>466</b>
5.9.1 Basiseigenschaften und Transformations-Gleichungen	466
5.9.2 Herleitung einfacher Bildfunktionen und der Konvergenzbereich	468
5.9.3 Rücktransformation in den Originalbereich	473
5.9.4 Die Methode der Partialbruchzerlegung	474
5.9.4.1 Bildfunktionen mit einfachen Polstellen	475
5.9.4.1.1 Der Ableitungssatz für die Originalfunktion	480
5.9.4.2 Der Heavisidesche Entwicklungssatz für einfache Polstellen	482
5.9.4.3 Bildfunktionen mit mehrfachen Polstellen	485
5.9.4.3.1 Der Ableitungssatz für die Bildfunktion	485
5.9.4.4 Die Methode des Koeffizientenvergleichs	491
5.9.5 Die Laplace-Transformation zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	493
5.9.5.1 Die Differentialgleichung 1ter Ordnung und ihre Lösung	493
5.9.5.1.1 Der Faltungssatz zur Lösung von Differentialgleichungen	495
5.9.5.2 Die Differentialgleichung 2ter Ordnung und ihre Lösung	497
5.9.5.3 Die Differentialgleichung n-ter Ordnung und ihre Lösung	502
<b>Kapitel 6</b>	
<b>Grundzüge der Funktionentheorie und die z-Transformation</b>	<b>508</b>
6.1 Komplexe Zahlen	508
6.2 Das komplexe Kurvenintegral der Funktion $f(z)$	509
6.3 Zusammenhängende Gebiete	511
6.3.1 Der Integralsatz von Cauchy	512
6.4 Die Integralformel von Cauchy	524
6.4.1 Verallgemeinerte Cauchy'sche Integralformel	527
6.5 Laurent-Reihen	530
6.6 Residuen	537
6.6.1 Der Residuensatz	542
6.6.2 Berechnung der Residuen	543
<b>6.7 Die z-Transformation (ZT)</b>	<b>547</b>
6.7.1 Diskrete Signale und Konvergenzverhalten	547
6.7.2 Wichtige Eigenschaften der z-Transformation	555
6.7.2.1 Linearität	555
6.7.2.2 Der Verschiebungssatz	555
6.7.2.3 Der Multiplikationssatz	556
6.7.2.4 Der Dämpfungssatz	556
6.7.2.5 Der Faltungssatz	557
6.7.2.6 Die periodische Abtastfolge	557
6.7.3 Die rationale z-Transformierte	560
6.7.4 Die z-Rücktransformation ( $Z^{-1}$ )	560
6.7.4.1 Die Rücktransformation mit der Residuenmethode	561
6.7.4.2 Die Rücktransformation mit Partialbruchzerlegung und geometrischer Reihe	566
6.7.5 Differenzengleichungen	568
6.7.6 Die Übertragungsfunktion $G(z)$	572

6.7.6.1 Die Impulsantwort $g(n)$	573
6.7.6.2 Die Sprungantwort $h(n)$	573
6.7.7 z-Rücktransformation mit Differenzengleichungen	574
6.7.8 Frequenzgang $F(\omega)$ , Amplitudengang $A(\omega)$ und Phasenwinkel $\varphi(\omega)$	575
6.7.9 Stabilitätskriterien im Bildbereich	578
7. Anhang (Tabellen der Fourier- Laplace- und z-Transformierten)	581
8. Personen- und Sachregister	587
9. Literatur	600