

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Implizite Nutzung von naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen in der Mathematikdidaktik</b>	<b>7</b>
2.1	Implizites Experimentieren – Entdecken, Prüfen und Begründen	9
2.1.1	Entdecken und entdeckende Lehrprinzipien	10
2.1.2	Beweisen, Begründen und Prüfen	18
2.2	Erkenntnistheoretische Grundlagen des Entdeckens, Prüfens und Begründens	30
2.2.1	Abduktion beim Entdecken beziehungsweise Hypothesengenerieren und Erklären	31
2.2.2	Deduktion beim Begründen und Vorhersagen	40
2.2.3	Induktion beim Prüfen	43
2.2.4	Entdecken und Prüfen mit latenter Beweisidee	51
<b>3</b>	<b>Naturwissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen und eine Ausdifferenzierung experimenteller Prozesse</b>	<b>55</b>
3.1	Geschichtlicher Umriss des Experimentierens	56
3.2	Naturwissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen im Wechselspiel von Theorie und Empirie	59
3.2.1	Theoretische Elemente und empirische Daten	59
3.2.2	Zusammenspiel von Hypothese, experimenteller Beobachtung und Deutung	64
3.3	Experimentelle Methode und deren Abweichungen	71
3.3.1	Experimentelle Methode	71
3.3.2	Exploratives Experiment	78

3.3.3	Demonstrationsexperiment und stabilisierendes Experiment .....	80
3.3.4	Gedankenexperiment .....	82
<b>4</b>	<b>Explizite Thematisierung des Experimentierens in der Mathematikdidaktik .....</b>	<b>87</b>
4.1	Kategorien und Funktionen des Experimentierens .....	87
4.2	Zur mathematikdidaktischen Forschung des Experimentierens .....	93
4.3	Diskussion ausgewählter Forschungsansätze zum Experimentieren .....	101
4.3.1	Entdecken und Experimentieren .....	101
4.3.2	Begründen und Experimentieren .....	104
<b>5</b>	<b>Entwicklung eines Analysewerkzeugs naturwissenschaftlicher Denk- und Arbeitsweisen beim Mathematiklernen .....</b>	<b>111</b>
5.1	Mathematische Lernprozesse und deren Analogien zu naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen .....	111
5.1.1	Analogien in den Fragen und hypothetischen Erklärungen .....	113
5.1.2	Analogien in den Objekten und Handlungen .....	115
5.1.3	Analogien in der Theorienutzung .....	117
5.2	Ein Prozessmodell zur Analyse naturwissenschaftlicher Denk- und Arbeitsweisen beim Mathematiklernen .....	118
5.2.1	Beispiel zur Verdeutlichung eines direkten Prüfprozesses .....	120
5.2.2	Beispiel zur Verdeutlichung eines indirekten Prüfprozesses .....	144
5.2.3	Zusammenspiel von Theorie und Empirie im entwickelten Prozessmodell .....	152
<b>6</b>	<b>Methodologie und Methode .....</b>	<b>153</b>
6.1	Forschungsinteresse und Forschungsfragen .....	154
6.2	Methodologische Grundlagen interpretativer Unterrichtsforschung .....	157
6.2.1	Symbolischer Interaktionismus .....	158
6.2.2	Ethnomethodologie .....	159
6.3	Methodisches Vorhaben .....	161
6.3.1	Ablauf der Studie und Erhebung der Daten .....	162
6.3.2	Aufgabenkriterien und -analysen .....	164

6.3.3	Auswertungsmethode der primär gedanklichen Vergleiche .....	169
6.3.4	Das methodische Vorgehen der primär gedanklichen Vergleiche und deren Analogien zu naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen .....	177
6.3.5	Herausforderungen der Interpretationen .....	179
6.4	Darstellung der Ergebnisse .....	181
<b>7</b>	<b>Ausgewählte Analysebeispiele .....</b>	<b>185</b>
7.1	Analyse I: Koordination von naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen .....	186
7.1.1	Exemplarische Rekonstruktion der naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen .....	189
7.1.2	Theorieelemente zur Erklärung der empirischen Daten .....	196
7.1.3	Wiederkehrende Theorieelemente in der experimentellen Reihe .....	204
7.1.4	Von konträren Hypothesen zur Begründung .....	208
7.1.5	Zusammenfassende Erkenntnisse aus Analyse I .....	224
7.2	Analyse II: Zusammenspiel von experimentellen Prozessarten .....	230
7.2.1	Eine experimentelle Reihe mit unterschiedlichen Prozessarten .....	231
7.2.2	Eine experimentelle Methode mit Repräsentationswechsel .....	246
7.2.3	Von einer experimentellen Methode zu einer Begründung .....	252
7.2.4	Zusammenfassende Erkenntnisse aus Analyse II .....	259
7.3	Analyse III: Adaptionsprozesse von Theorie und Empirie .....	264
7.3.1	Experimentelle Methode? .....	265
7.3.2	Quasi-empirische Haltung – Bestärken und Entkräften verschiedener Hypothesen .....	270
7.3.3	Suche nach verallgemeinerbaren Bedingungen .....	276
7.3.4	Suche nach einer theoretischen Reflexion .....	283
7.3.5	Zwischen Demonstration, experimenteller Methode und Begründung .....	288
7.3.6	Kontrastierung einer quasi-euklidischen Theorienutzung .....	299
7.3.7	Zusammenfassende Erkenntnisse aus Analyse III .....	301

<b>8 Zusammenführung der Ergebnisse und Ausblick</b>	305
8.1 Zusammenführung der theoretischen Ergebnisse	306
8.2 Zusammenführung der methodologischen Ergebnisse	313
8.3 Zusammenführung der empirischen Ergebnisse	314
8.3.1 Antwort auf die erste Forschungsfrage – Prüfung des Prozessmodells	315
8.3.2 Antwort auf die zweite Forschungsfrage – Veränderungen innerhalb experimenteller Reihen	322
8.3.3 Antworten auf die dritte Forschungsfrage – Experimentieren und Begründen	327
8.4 Empfehlungen für den Mathematikunterricht	334
8.4.1 Konkrete Umsetzungsmöglichkeiten zur Integration experimenteller Prozesse	334
8.4.2 Einbindung naturwissenschaftlicher Denk- und Arbeitsweisen	343
8.4.3 Erarbeitung von Eigenschaften mathematischer Objekte über naturwissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen	348
8.4.4 Möglichkeiten zur Erarbeitung von Begründungselementen über Experimente	350
8.5 Weiterführende Forschungsfragen	351
<b>Literatur</b>	353