

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung .....</b>	<b>1</b>
<b>2 Implizite Nutzung von naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen in der Mathematikdidaktik .....</b>	<b>7</b>
<b>2.1 Implizites Experimentieren – Entdecken, Prüfen und Begründen .....</b>	<b>9</b>
<b>2.1.1 Entdecken und entdeckende Lehrprinzipien .....</b>	<b>10</b>
<b>2.1.2 Beweisen, Begründen und Prüfen .....</b>	<b>18</b>
<b>2.2 Erkenntnistheoretische Grundlagen des Entdeckens, Prüfens und Begründens .....</b>	<b>30</b>
<b>2.2.1 Abduktion beim Entdecken beziehungsweise Hypothesengenerieren und Erklären .....</b>	<b>31</b>
<b>2.2.2 Deduktion beim Begründen und Vorhersagen .....</b>	<b>40</b>
<b>2.2.3 Induktion beim Prüfen .....</b>	<b>43</b>
<b>2.2.4 Entdecken und Prüfen mit latenter Beweisidee .....</b>	<b>51</b>
<b>3 Naturwissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen und eine Ausdifferenzierung experimenteller Prozesse .....</b>	<b>55</b>
<b>3.1 Geschichtlicher Umriss des Experimentierens .....</b>	<b>56</b>
<b>3.2 Naturwissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen im Wechselspiel von Theorie und Empirie .....</b>	<b>59</b>
<b>3.2.1 Theoretische Elemente und empirische Daten .....</b>	<b>59</b>
<b>3.2.2 Zusammenspiel von Hypothese, experimenteller Beobachtung und Deutung .....</b>	<b>64</b>
<b>3.3 Experimentelle Methode und deren Abweichungen .....</b>	<b>71</b>
<b>3.3.1 Experimentelle Methode .....</b>	<b>71</b>
<b>3.3.2 Exploratives Experiment .....</b>	<b>78</b>

3.3.3	Demonstrationsexperiment und stabilisierendes Experiment .....	80
3.3.4	Gedankenexperiment .....	82
<b>4</b>	<b>Explizite Thematisierung des Experimentierens in der Mathematikdidaktik .....</b>	<b>87</b>
4.1	Kategorien und Funktionen des Experimentierens .....	87
4.2	Zur mathematikdidaktischen Forschung des Experimentierens .....	93
4.3	Diskussion ausgewählter Forschungsansätze zum Experimentieren .....	101
4.3.1	Entdecken und Experimentieren .....	101
4.3.2	Begründen und Experimentieren .....	104
<b>5</b>	<b>Entwicklung eines Analysewerkzeugs naturwissenschaftlicher Denk- und Arbeitsweisen beim Mathematiklernen .....</b>	<b>111</b>
5.1	Mathematische Lernprozesse und deren Analogien zu naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen .....	111
5.1.1	Analogien in den Fragen und hypothetischen Erklärungen .....	113
5.1.2	Analogien in den Objekten und Handlungen .....	115
5.1.3	Analogien in der Theorienutzung .....	117
5.2	Ein Prozessmodell zur Analyse naturwissenschaftlicher Denk- und Arbeitsweisen beim Mathematiklernen .....	118
5.2.1	Beispiel zur Verdeutlichung eines direkten Prüfprozesses .....	120
5.2.2	Beispiel zur Verdeutlichung eines indirekten Prüfprozesses .....	144
5.2.3	Zusammenspiel von Theorie und Empirie im entwickelten Prozessmodell .....	152
<b>6</b>	<b>Methodologie und Methode .....</b>	<b>153</b>
6.1	Forschungsinteresse und Forschungsfragen .....	154
6.2	Methodologische Grundlagen interpretativer Unterrichtsforschung .....	157
6.2.1	Symbolischer Interaktionismus .....	158
6.2.2	Ethnomethodologie .....	159
6.3	Methodisches Vorhaben .....	161
6.3.1	Ablauf der Studie und Erhebung der Daten .....	162
6.3.2	Aufgabenkriterien und -analysen .....	164

---

6.3.3	Auswertungsmethode der primär gedanklichen Vergleiche .....	169
6.3.4	Das methodische Vorgehen der primär gedanklichen Vergleiche und deren Analogien zu naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen .....	177
6.3.5	Herausforderungen der Interpretationen .....	179
6.4	Darstellung der Ergebnisse .....	181
<b>7</b>	<b>Ausgewählte Analysebeispiele .....</b>	<b>185</b>
7.1	Analyse I: Koordination von naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen .....	186
7.1.1	Exemplarische Rekonstruktion der naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen .....	189
7.1.2	Theorieelemente zur Erklärung der empirischen Daten .....	196
7.1.3	Wiederkehrende Theorieelemente in der experimentellen Reihe .....	204
7.1.4	Von konträren Hypothesen zur Begründung .....	208
7.1.5	Zusammenfassende Erkenntnisse aus Analyse I .....	224
7.2	Analyse II: Zusammenspiel von experimentellen Prozessarten .....	230
7.2.1	Eine experimentelle Reihe mit unterschiedlichen Prozessarten .....	231
7.2.2	Eine experimentelle Methode mit Repräsentationswechsel .....	246
7.2.3	Von einer experimentellen Methode zu einer Begründung .....	252
7.2.4	Zusammenfassende Erkenntnisse aus Analyse II .....	259
7.3	Analyse III: Adoptionsprozesse von Theorie und Empirie .....	264
7.3.1	Experimentelle Methode? .....	265
7.3.2	Quasi-empirische Haltung – Bestärken und Entkräften verschiedener Hypothesen .....	270
7.3.3	Suche nach verallgemeinerbaren Bedingungen .....	276
7.3.4	Suche nach einer theoretischen Reflexion .....	283
7.3.5	Zwischen Demonstration, experimenteller Methode und Begründung .....	288
7.3.6	Kontrastierung einer quasi-euklidischen Theorienutzung .....	299
7.3.7	Zusammenfassende Erkenntnisse aus Analyse III .....	301

<b>8 Zusammenföhrung der Ergebnisse und Ausblick .....</b>	305
8.1 Zusammenföhrung der theoretischen Ergebnisse .....	306
8.2 Zusammenföhrung der methodologischen Ergebnisse .....	313
8.3 Zusammenföhrung der empirischen Ergebnisse .....	314
8.3.1 Antwort auf die erste Forschungsfrage – Prüfung des Prozessmodells .....	315
8.3.2 Antwort auf die zweite Forschungsfrage – Veränderungen innerhalb experimenteller Reihen .....	322
8.3.3 Antworten auf die dritte Forschungsfrage – Experimentieren und Begründen .....	327
8.4 Empfehlungen für den Mathematikunterricht .....	334
8.4.1 Konkrete Umsetzungsmöglichkeiten zur Integration experimenteller Prozesse .....	334
8.4.2 Einbindung naturwissenschaftlicher Denk- und Arbeitsweisen .....	343
8.4.3 Erarbeitung von Eigenschaften mathematischer Objekte über naturwissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen .....	348
8.4.4 Möglichkeiten zur Erarbeitung von Begründungselementen über Experimente .....	350
8.5 Weiterführende Forschungsfragen .....	351
<b>Literatur .....</b>	353