

Inhaltsverzeichnis

1	Begriff des Integrals	1
1.1	Integral für Treppenfunktionen	2
1.2	Riemann-Integral	5
1.3	Numerische Integration	12
1.3.1	Äquidistante Unterteilung	13
1.3.2	Trapeznäherung	18
1.4	Grundlegende Eigenschaften des Integrals	23
	Übungsaufgaben	29
2	Stammfunktionen	31
2.1	Unbestimmtes Integral und Stammfunktion	32
2.2	Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	34
2.3	Uneigentliche Integrale	39
2.3.1	Integrationsgrenze Unendlich	39
2.3.2	Integrand an einer Integralgrenze nicht definiert	41
2.3.3	Integral an beiden Grenzen kritisch	43
2.4	Integration und Limesbildung	44
	Übungsaufgaben	51
3	Integration zusammengesetzter Funktionen	53
3.1	Linearität	54
3.2	Substitutionsregel	54
3.3	Beispiel: „Linearer Term durch quadratischer Term“	62
3.4	Partielle Integration	67
3.5	Spezielle Integrale mit Sinus und Cosinus	70
3.5.1	Rekursionsformeln für $\sin^n$ und $\cos^n$	71
3.5.2	Orthogonalitätsrelationen	72
3.6	Nicht elementar lösbare Integrale	75
3.6.1	Elliptische Integrale	75
3.6.2	Normalverteilung und Verteilungsfunktion	76

3.7	Normalverteilung und Messprozess*	84
3.7.1	Streuung von Messwerten	84
3.7.2	Normalverteilung der Einzelmessung	87
3.7.3	Varianz des Mittelwerts	88
	Übungsaufgaben	93
4	Integrale der Fourier-Entwicklung	95
4.1	Periodische Funktionen	96
4.2	Trigonometrische Polynome	101
4.2.1	Berechnung der Koeffizienten	102
4.2.2	Komplexe trigonometrische Polynome*	104
4.3	Fourier-Reihen	109
4.3.1	Definition und Hauptsatz	109
4.3.2	Beispiel: Sägezahnkurve	113
4.3.3	Komplexe Rechnung*	118
4.3.4	Konvergenzverhalten	119
4.3.5	Symmetrien	122
4.4	Fourier-Integrale*	125
4.4.1	Fourier-Reihe für beliebige Periodenlänge	125
4.4.2	Übergang zum Fourier-Integral	127
4.4.3	Beispiel: Rechteckimpuls	128
	Übungsaufgaben	133
5	Mehrfachintegrale	135
5.1	Mehrfachintegrale stetiger Funktionen	136
5.1.1	Stetige Funktionen auf kompaktem Quader	136
5.1.2	Stetige Funktionen auf kompaktem Träger	141
5.2	Erweiterung des Integralbegriffs	145
5.2.1	Monotone Funktionenfolgen	146
5.2.2	Übergang zu nicht stetigen Funktionen	147
5.2.3	Halbstetigkeit	151
5.2.4	Lebesgue-Integral	154
5.3	Ansätze zur Berechnung von Mehrfachintegralen	158
5.3.1	Integralgrenzen	158
5.3.2	Nullmengen	160
5.3.3	Transformationsformel	162
5.3.4	Beispiele	166
	Übungsaufgaben	176
6	Grundbegriffe mehrdimensionaler Funktionen*	177
6.1	Abstände	178
6.1.1	Metrische Räume	178
6.1.2	Euklidische Metrik im $\mathbb{R}^n$	180
6.2	Offene und abgeschlossene Mengen	182
6.3	Grenzwerte	186

6.4	Kurven	190
6.4.1	Tangentenvektor	192
6.4.2	Schnittwinkel zwischen Kurven	196
6.4.3	Kurvenlänge	198
6.4.4	Krümmung einer ebenen Kurve	205
6.4.5	Beispiel: Klothoide	207
6.5	Partielle Ableitungen	210
6.5.1	Gradient	215
6.5.2	Beispiel: Kraft im Zentralfeld	216
6.5.3	Höhere Ableitungen	217
6.5.4	Hesse-Matrix	218
6.6	Totale Differenzierbarkeit	220
6.6.1	Näherung einer Funktion	222
6.6.2	Beispiel: Fehlerrechnung	225
6.6.3	Richtungsableitung	226
6.7	Lokale Extrema	229
6.7.1	Stationäre Punkte	229
6.7.2	Definitheit symmetrischer Matrizen	231
6.7.3	Hinreichendes Kriterium für lokale Extrema	234
	Übungsaufgaben	239
7	Lösungen der Übungsaufgaben	243
	Stichwortverzeichnis	279