

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Gerüchte um stochastische Matrizen</b>	<b>1</b>
1.1	Was sind eigentlich stochastische Matrizen?	1
1.2	Das Rechnen mit stochastischen Matrizen	2
1.3	Der Grenzwert stochastischer Matrizen	3
1.4	Verbreitung von Gerüchten	4
1.5	Gemietete E-Bikes	8
<b>2</b>	<b>Von Münzen, Füchsen, Mäusen und Bällen</b>	<b>11</b>
2.1	Doppelter Münzwurf	11
2.2	Fuchsjagd	12
2.3	Ein sehr kleiner Mauseirrgarten mit Mausefallen	13
2.4	Ein kleiner Fallturm	16
<b>3</b>	<b>Wenn alles verschluckt wird</b>	<b>19</b>
3.1	Absorbierende Zustände	19
3.2	Der Grenzwert absorbierend transitiver Systeme	20
3.3	Exkurs: Der Grenzwert absorbierend transitiver Systeme	21
3.4	Systeme mit wenigen absorbierenden Zuständen	22
3.5	Der sehr kleine Mauseirrgarten mit Mausefallen	24
3.6	Die Fuchsjagd	25
<b>4</b>	<b>Kleine Mauseirrgärten mit Mausefallen</b>	<b>27</b>
4.1	Ein kleiner Mauseirrgarten mit Mausefallen	27
4.2	Ein etwas größerer Mauseirrgarten mit Mausefallen	28
4.3	Ein kleiner symmetrischer Mauseirrgarten mit vielen Mausefallen	30
<b>5</b>	<b>Große Mauseirrgärten mit Mausefallen</b>	<b>33</b>
5.1	Mauseirrgarten im Kreis mit zentraler Mausefalle und Rundumgegenverkehr	33
5.2	Mauseirrgarten im Kreis mit zwei Mausefallen und Rundumeinwegregelung	34
5.3	Mauseirrgarten im Kreis mit zwei Mausefallen und Rundumgegenverkehr	36
5.4	Mauseirrgarten im Rechteck mit Mausefallen	38

<b>6</b>	<b>Fibonacci lässt grüßen</b> .....	41
6.1	Quadratische Polynome und pq-Formel .....	41
6.2	Rund um Fibonacci-Zahlen .....	41
6.3	Mäuseirrgarten im Rechteck – Fortsetzung .....	44
6.4	Mäuseirrgarten im Kreis – Fortsetzung .....	45
6.5	Der Fallturm für Fortgeschrittene .....	46
<b>7</b>	<b>Von der beschwerlichen Schullaufbahn</b> .....	49
7.1	Radioaktiver Zerfall .....	49
7.2	Der beschwerliche Weg eines Azubildenden .....	51
7.3	Die Schullaufbahn in der gymnasialen Oberstufe .....	53
7.4	Die Schullaufbahn in der Oberstufe ohne mehrfache Ehrenrunden. ....	54
<b>8</b>	<b>Vom Glück und Pech in Gesundheit und Vererbung</b> .....	57
8.1	Vorsicht Ansteckungsgefahr .....	57
8.2	Ansteckung mit Genesung .....	59
8.3	Ein Krankheitsverlauf .....	60
8.4	Wie meist vererbt wird .....	62
8.5	Vererbung der Rot-Grün-Sehschwäche und der Bluterkrankheit .....	65
8.6	Eingriff in die Vererbung der Rot-Grün-Sehschwäche und der Bluterkrankheit .....	67
<b>9</b>	<b>Vom Glück und Pech im Glücksspiel</b> .....	69
9.1	Im Feuerstrom der Reben .....	69
9.2	Wenn das Glück hin- und herschwappt .....	71
9.3	Gambler's Ruin .....	73
9.4	Gezinktes Glück .....	76
9.5	Vom Würfeln um Karten .....	78
<b>10</b>	<b>Die recht komplexen Eigenwerte stochastischer Matrizen</b> .....	81
10.1	Eigenwerte, Eigenvektoren und charakteristisches Polynom ...	81
10.2	Die komplexe Gaußsche Zahlenebene .....	82
10.3	Eigenwerte stochastischer Matrizen im und auf dem Einheitskreis. ....	82
10.4	Komplexe Zahlen auf dem Einheitskreis .....	84
10.5	Eigenwerte stochastischer Matrizen auf dem Einheitskreis. ....	85
10.6	<i>Exkurs: Eigenwerte stochastischer Matrizen auf dem Einheitskreis.</i> .....	86
<b>11</b>	<b>Eigenwerte leicht gemacht</b> .....	89
11.1	Tricks bei der Berechnung von Eigenwerten und Nullstellen ...	89
11.2	Eigenwerte überschaubar komplizierter stochastischer Matrizen .....	91
11.3	Auf der Stelle bewegt .....	96
11.4	Spätere Rückkehr nicht ausgeschlossen .....	96
11.5	Rückkehr auf doppeltem und ungeradem Weg .....	97

<b>12</b>	<b>Jeder mit jedem</b> . . . . .	99
12.1	Frei transitive Systeme . . . . .	99
12.2	Der Grenzwert frei transitiver Systeme . . . . .	99
12.3	<i>Exkurs: Der Grenzwert frei transitiver Systeme</i> . . . . .	100
12.4	Nur ein einziges Mal auf der Stelle bewegt . . . . .	102
12.5	Die Gerüchteküche . . . . .	102
12.6	Der doppelte Münzwurf . . . . .	103
12.7	Konsumverhalten . . . . .	105
12.8	Konservatives Konsumverhalten . . . . .	106
<b>13</b>	<b>Herbe Rückschläge bei Glühbirnen und in der Bundesliga</b> . . . . .	109
13.1	Ein herber Rückschlag . . . . .	109
13.2	Vom Leben einer Glühbirne . . . . .	110
13.3	Bundesliga virtuell ohne Bayern aber mit etwas Rückenwind . . . . .	112
13.4	Bundesliga mit viel Rückenwind . . . . .	113
<b>14</b>	<b>Mäuseirrgärten mit freilaufender Maus</b> . . . . .	117
14.1	Mäuseirrgärten ohne Einwegtüren . . . . .	117
14.2	Mäuseirrgarten im Kreis . . . . .	118
14.3	Mäuseirrgarten im Doppelkreis . . . . .	120
14.4	Mäuseirrgarten im Kreis mit Rundumeinbahnregelung . . . . .	123
14.5	Mäuseirrgarten im Quadrat . . . . .	125
<b>15</b>	<b>Trippelschritte beim Ziehen von Kugeln</b> . . . . .	129
15.1	Ein Random Walk in Trippelschritten . . . . .	129
15.2	Das Ziehen von Kugeln . . . . .	131
15.3	Das Ziehen von schwarzen und weißen Kugeln . . . . .	133
<b>16</b>	<b>Diffundierende Moleküle und unruhige Maus</b> . . . . .	137
16.1	Diffundierende Moleküle . . . . .	137
16.2	Konvergenz im Mittel . . . . .	138
16.3	<i>Exkurs: Konvergenz im Mittel</i> . . . . .	139
16.4	Der Grenzwert vom Mittelwert für frei transitive Systeme . . . . .	139
16.5	<i>Exkurs: Der Grenzwert vom Mittelwert für frei transitive Systeme</i> . . . . .	141
16.6	Diffusion im Mittel . . . . .	142
16.7	Mäuseirrgarten im Quadrat mit unruhiger Maus . . . . .	143
16.8	Mäuseirrgarten im Doppelkreis mit unruhiger Maus . . . . .	143
<b>17</b>	<b>Das Mischen beim Skat und beim A-B-C-Kartenspiel</b> . . . . .	145
17.1	Das Mischen beim Skatspiel . . . . .	145
17.2	Das A-B-C-Kartenspiel . . . . .	148
17.3	Mischverfahren 1 beim A-B-C-Kartenspiel . . . . .	149
17.4	Mischverfahren 1a beim A-B-C-Kartenspiel . . . . .	151
17.5	Mischverfahren 1b beim A-B-C-Kartenspiel . . . . .	152
17.6	Mischverfahren 2 beim A-B-C-Kartenspiel . . . . .	154
17.7	Mischverfahren 2a beim A-B-C-Kartenspiel . . . . .	155

17.8	Mischverfahren 2b beim A-B-C-Kartenspiel . . . . .	156
17.9	Mischverfahren 2c beim A-B-C-Kartenspiel . . . . .	156
18	<b>Faires Mischen bei vielen Spielkarten</b> . . . . .	159
18.1	Das Mischen beliebiger Kartenspiele und doppelt stochastische Matrizen . . . . .	159
18.2	Faires Mischen bei beliebigen Kartenspielen . . . . .	160
18.3	Faires Mischen und Permutationen . . . . .	161
18.4	Permutationen beim A-B-C-Kartenspiel . . . . .	162
18.5	Faires Mischen und Permutationen beim A-B-C-Kartenspiel . . . . .	162
18.6	Mischen durch Abheben in zwei oder drei Kartenstapel . . . . .	164
19	<b>Warten auf Jim Knopf</b> . . . . .	167
19.1	Die Story . . . . .	167
19.2	Die stochastische Matrix zu Emmas Warteschlange . . . . .	168
19.3	Grenzwertige Warteschlange . . . . .	170
19.4	Wenn der Andrang geradezu explodiert . . . . .	171
19.5	Wenn der Andrang so-so-la-la ist . . . . .	172
20	<b>... und auf Lukas, den Lokomotivführer</b> . . . . .	177
20.1	Gleichverteilter Andrang . . . . .	177
20.2	Geometrisch verteilt . . . . .	181
20.3	Geometrisch verteilter Andrang . . . . .	182
20.4	Ein kleiner pseudo-geometrisch verteilter Andrang . . . . .	185
21	<b>Eine ungestörte Reise durch Lummerland</b> . . . . .	187
21.1	Und sie läuft wie geschmiert . . . . .	187
21.2	... und sie läuft weiter wie geschmiert . . . . .	191
21.3	Auf Sparflamme . . . . .	194
22	<b>In Emmas Lokschruppen</b> . . . . .	197
22.1	Punktgenau diagnostiziert . . . . .	197
22.2	Diagnose im stand-by Modus . . . . .	200
22.3	Die Glocke ist ein Muss . . . . .	202
22.4	Geometrisch verteilte Glocken . . . . .	203
22.5	In Emmas Ersatzteillager . . . . .	207
	<b>Literatur</b> . . . . .	209
	<b>Stichwortverzeichnis</b> . . . . .	211