

Inhaltsverzeichnis

I. Mathematische Strukturen und Räume

Seite 01

Mengen-Typen (1), Mengen-Operationen(2), Abbildungen von Mengen(3), Strukturierte Mengen (Räume) (5), Strukturtreue Abbildungen von Räumen (7), **Ordnungsstruktur (Relativ, Gebilde)** (8), **Algebraische Struktur** (11), **Topologische Struktur** (13), topologische Basis und Umgebung (13), topologische Grundbegriffe (Inneres, Äußeres, Rand, offen und abgeschlossen) (15), ausgezeichnete Punkte (16), spezielle Topologien unendlicher Mengen (18), Eigenschaften des topologischen Raumes (Separiertheit, Konvergenz, Dichtheit, Kompaktheit, Zusammenhang) (23), Homotopie (28) Homöomorphismus (28), **Graphentheorie** (30), Spektrum eines Graphen (34), Teilgraph und Untergraph (36), Direktes Produkt von Graphen (37), Homomorphie und Isomorphie von Graphen (37), Topologischer Graph (39), Plättbarkeit (41), **Verbandstheorie** (43), Verband und seine Axiome (43); Teilverband, Unterverband und Verbandsideal (45), direktes Produkt von Verbänden (46), Spezielle Verbände (modulare, distributive, Boolesche) (47), Zusammenstellung endlicher Verbände (50) **Gruppentheorie** (51), Halbgruppe (51), diskrete Gruppen (51), Konjugationsklassen (53), Untergruppe (54), Restklassen (55), Normalteiler und Faktorgruppe (56), spezielle Untergruppen (Zentrum, Normalisator, Zentralisator) (58), **Permutationsgruppen** (59), Zyklus-Struktur oder Zyklus-Typ (62), Symmetrische und alternierende Gruppen und ihre Untergruppen (66), Symmetrische Gruppen und Graphen (68), Multiplikationstafeln einiger Symmetriegruppen und ihrer Untergruppen (69), Punktgruppen (71), zyklische Gruppen und p-Gruppen (72), Verband von Untergruppen (73), Homomorphie- und Isomorphiesätze (76), Untergruppenverbände von Punktgruppen (78), Darstellungstheorie von Gruppen (unitäre, reduzible, treue, reguläre Darstellung) (86), Darstellung der kontinuierlichen Drehgruppe (92), Darstellung der Lie-Algebra (94), Charakter einer Darstellung und seine Gesetzmäßigkeiten (94), Topologische Gruppen (99), **Ring** (101), Ringeigenschaften (101), Unterring und Ideal (102), Faktoring (Restklassenring) (103), Charakteristik (105), **Körper** (106), Körpereigenschaften (Integritätsbereich, Quotientenkörper) (106), Unterkörper und Primkörper (107), Charakteristik (108), endliche Körper (108), **Hierarchie mathematischer Räume** (110), Linearer Vektorraum (111), Untervektorraum und lineare Hülle (112), Lineare Unabhängigkeit und Basis (113), direkte Summe und Tensorprodukt (114), Mannigfaltigkeit (116), Affiner Raum (119), Lokal konvexer Raum (120), Uniformer und metrischer Raum (121), normierter Raum (122), Banach-Raum (123), Prähilbert-Raum (124), Hilbert-Raum (125), unitärer Raum (Euklidischer Raum) (127), Riemannscher Raum (128),

Abbildung von Vektorräumen (129), Vektorraum der linearen Abbildungen (130), Dualer Vektorraum und Skalarprodukt (130), Orthonormalsystem (131), Skalarprodukt und ihre Vektorräume (132), **Hyperkomplexes System oder Algebra** (Unteralgebra, Ideal, Einfachheit, Divisionsalgebra) (134), Algebra der Abbildungen (137), Clifford-Algebra (138), Lie-Algebra (141)

II. Operatoren und Matrizen

Seite 143

Lineare Operatoren im Hilbert-Raum (Adjunktion, Normalität, Hermitizität, Unitarität) (143), (Anti-)Kommutator-Algebra (146), Projektionsoperatoren (147), Spektralzerlegung von Vektoren und Operatoren (148), Wechsel von einer Darstellung in eine andere Darstellung (150), Anwendung in der Quantenmechanik (151), Statistische Gesamtheiten (152), **Matrizen** (153), Rechenoperationen von Matrizen (Adjunktion, Addition, Subtraktion, skalare und tensorielle Multiplikation) (154), reziproke Matrizen (158), direkte Summe und direktes Produkt von Matrizen (159), Invarianten (Rang, Spur, Determinante) einer Matrix (161), Normale (hermitesche, antihermitesche, unitäre, idempotente, unimodulare, spurlose) Matrizen (165), irreduzible und reduzible Matrizen (167), trigonale Matrix (169), Transformation von Matrizen (171), Spektraltheorie (175), Spektrum normaler Matrizen (176), Matrizenfunktion (177), Trigonalisierung von Matrizen (180)

III. Affiner metrischer Raum, Tensoren und Spinoren

Seite 184

co- und kontra-variantes Basissystem (184), metrischer Fundamentaltensor (186), Spezielle Metriken (symmetrische, schiefsymmetrische, sphärische) (187), **Tensoren** (191), Komponentendarstellung von Tensoren (192), Tensoralgebra (Addition und Subtraktion, Erweiterung und Verjüngung) (195), Symmetrische Tensoren und Symmetrisierung (196), Zerlegung symmetrischer Tensoren (198), antisymmetrische Tensoren und Antisymmetrisierung (200), Rechenregeln für Kronecker-Tensoren (202), Permutationssymbol (Levi-Civita-Symbol) (203), Absoluter total antisymmetrischer Pseudotensor (204), duale Ergänzung (205), Ausdehnungselemente (208), Differentiale im Euklidischen Raum (210), Beziehung zwischen kovarianten und kontravarianten Multibasisvektoren (212), (Differential-)Vektorprodukte (213), **Spinoren** (gewöhnliche und indexpunktierte, symmetrische und antisymmetrische) (217), sphärische oder kanonische Tensoren (219), Zusammenhang zwischen sphärischen Tensoren und symmetrischen Spinoren (220), Transformationen und Transformationsäquivalenzen (221), Ausreduzieren von Tensoren und Spinoren (226), Bedeutung symmetrischer Tensoren und Spinoren in der Physik (227), Beschreibung von Wellenfunktionen (228)

IV. Transformation im Riemann'schen Raum

Seite 230

Koordinaten und Transformationsmatrizen (230), **Transformation von Tensoren** (232), aktive und passive Transformation (234), invariante Eigenschaften von Tensoren und Spinoren (235), Zusammenhang zwischen Transformationsmatrizen und Basisvektoren (237), Transformation von Vektoren und Tensoren (238), Transformation des Fundamentaltensors (238, 239), Transformation von Feldern (242), Spezielle Transformationen (unimodulare, unitäre) (242), Transformationen in krummlinigen Koordinaten (Christoffel-Symbole) (243), **Transformationen von Spinoren** (unimodulare, unitäre) (245), Transformationsäquivalenz von Tensoren und Spinoren (250), Drehungen im 4-dimensionalen Minkowski-Raum (254), koordinatenunabhängige Form der Lorentz-Transformation (262)

V. Riemann'scher Raum und Tensoranalysis

Seite 263

Riemann'scher Raum (Linielement, Winkel, Volumelement) (265), Christoffel-Symbole (267), Krümmungstensor (269), **Kovariante Differentiation** (273) Kovariante Gradientenbildung (273), Doppelte kovariante Gradientenbildung (275), Kovariante Divergenzbildung (276), Kovariante Rotorbildung (277), Lie-Ableitung (278), **Integration von Tensoren** (279) Anwendung (281)

VI. Kontinuierliche Gruppen (Lie'sche Gruppen)

Seite 283

allgemeine lineare homogene **Lie'sche Gruppe** (283), Verband Lie'scher Untergruppen (284), Beschreibung Lie'scher Gruppen (285), Verwendung von Lie-Gruppen in der Elementarteilchen-Physik (289), Gruppenmannigfaltigkeit (290), Lorentzgruppe und ihre Untergruppen (294), Untergruppen der inhomogenen Lorentz-Gruppe (Poincaré-Gruppe) (298), **Lie'sche Algebra** (299), Verband Lie'scher Algebren (301), Beschreibung Lie'scher Algebren (302), Darstellung und Kommutatortabellen Lie'scher Algebren ($\mathfrak{su}(2)$, $\mathfrak{so}(3)$, $\mathfrak{su}(3)$, $\mathfrak{so}(4)$, $\mathfrak{so}(1,3)$, $\mathfrak{su}(4)$, $\mathfrak{sp}(2)$, $\mathfrak{sp}(4)$) (304), reguläre Darstellung der Lie-Algebra (324), Drehimpulsalgebra (325), Lie-Algebra von Fermionen-Operatoren am Beispiel der $\mathfrak{su}(2)$ -Algebra (328), Lie-Algebra von Bosonen-Operatoren am Beispiel der $\mathfrak{sp}(2)$ -Algebra (331), Übergang von der Lie'schen Algebra zur Lie'schen Transformationsgruppe (336), **Infinitesimale Transformationen** (Matrix-Generatoren, Differential-Generatoren, kombinierte Matrix- und Differential-Generatoren) (338), Anwendung in der Quantenmechanik (Translation, Rotation, Gesamtdrehimpuls) (346), Casimir-Operatoren (invariante Operatoren) (349), Multiplett (350), Cartan-Weyl-Basis von Operatoren (351), Wurzelvektoren der $\mathfrak{su}(n)$ -Algebra (352), Kommutatorbeziehungen (353), metrischer Tensor (354), Beispiele ($\mathfrak{su}(2)$ und $\mathfrak{su}(3)$) (355),

Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren (Bosonen und Fermionen) (358), Lie-Algebra von Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren (konstanter 2- und 3-Teilchen-Zustand, variabler Fermionenzahl-Zustand, variabler Bosonenzahl-Zustand) (361)

VII. Variationsrechnung(Differentialgleichungen)

Seite 377

Variationsprinzip (377), Randbedingungen (379), Erhaltungsgrößen (380), Eichvarianz der Euler-Lagrange-Differentialgleichung (380), Anwendung des Variationsprinzips (381), Variation mit mehreren abhängigen Variablen (Argumentfunktionen) (383), Variation mit mehreren unabhängigen Variablen (384), Variation mit Nebenbedingungen (386), **zweite Variationsableitung** (389), Vorzeichen der zweiten Variation (389), Verallgemeinerung (mehrere Extremalfunktionen, mehrere unabhängige Variablen) (391)

VIII. Klassische Kinematik und Mechanik

Seite 393

4-Vektoren im Minkowski-Raum (394), Eigenzeit (394), relativistische Beschleunigung (395), Invarianten im Minkowski-Raum (395), **Klassische relativistische Mechanik** (396), Eichinvarianz der Bewegungsgleichung (397), Hamilton'sche oder kanonische Bewegungsgleichungen (398), Bewegungsgleichung im elektromagnetischen und gravitativen Feld (400), Nichtrelativistische Näherung (401), Erhaltungsgrößen (402)

IX. Klassische Feldtheorie

Seite 406

Vergleich von klassischer Korpuskulartheorie und klassischer Feldtheorie (406), Eichinvarianz der Feldgleichungen (410), Energie-Impuls-Tensor (411), Energie-Impuls-Tensor im Riemann'schen Raum (412), Divergenz des Energie-Impuls-Tensors (413), Erhaltungsgrößen (415), Variation der Lagrangedichte und der Wirkung (415), Lorentz-Invarianz (418), Vektorfeld (420), Skalarfeld (421), Schrödinger Feld (423), Dirac-Feld (424), Schwingende Saite (427), Maxwell-Feld (428), Feldstärketensor (429), Kontinuitätsgleichung (431), Elektrostatisches Maßsystem (431), Lorentz- und Coulomb-Eichung (432), Energie-Impuls-Tensor des Maxwell-Feldes (433), Gleichungen des elektromagnetischen Feldes im Gravitationsfeldes (435), Kovarianz der Elektrodynamik (436), Ebene monochromatische Welle (438)

X. Quantenmechanik und Quantenfeldtheorie

Seite 440

Klassische Welle (440), Materie-Welle (relativistisch) (442), Wellenmechanik und klassische Mechanik (443), Klassische Welle (nicht relativistisch) (444), nicht-relativistische Wellenmechanik (445), Welle-Teilchen-Dualismus (447), Poisson-Klammer und Kommutator (447), Korrespondenz klassische Mechanik-Quantenmechanik (449), Zeitabhängigkeit dynamischer Größen (451), Unschärfebeziehung bei klassischen Wellen (451), Korrespondenz klassische Welle-Quantenmechanik (454), Unschärferelation nicht-kommutierender Operatoren (454), Vergleich Schrödinger- und Heisenberg-Bild (455), Klein-Gordon-Gleichung (456), Kontinuitätsgleichung im nicht-relativistischen Grenzfall (459), Linearisierung des Wurzeloperators (459), Dirac-Operator und Dirac-Gleichung (462), Absorption und Emission (465), Hamilton-Operator mit Störung (467), Auswahlregeln (Dipol, Quadrupol, Oktupol) (467), Auswahlregeln bei Kugelsymmetrie (469), System identischer Teilchen (470), Feldquantisierung (474), Kanonische Quantisierung (475), Quantenfeldtheorie (476)

XI. Anhang

Seite 480

Charakterentafeln

XII. Register

Seite 485