

# Inhaltsverzeichnis

|   |            |
|---|------------|
| <b>0. EINLEITUNG.....</b>   | <b>I</b>   |
| <b>    0.1. MOTIVATION UND AUSGANGSLAGE.....</b>  | <b>I</b>   |
| <b>    0.2. ZIELSETZUNG .....</b>   | <b>VI</b>  |
| <b>    0.3. ÜBERSICHT ÜBER DIE ARBEIT .....</b>   | <b>VII</b> |
| <b>1. KAPITEL: WISSEN UND DESSEN KONSTRUKTION.....</b>  | <b>1</b>   |
| <b>    1.1. WISSENSKONSTRUKTION AUS DER SICHT DES KONSTRUKTIVISMUS .....</b>  | <b>2</b>   |
| <b>    1.2. BESONDERHEITEN BEIM LEHREN UND LERNEN VON MATHEMATIK ZU BEGINN DES STUDIUMS .....</b>   | <b>5</b>   |
| 1.2.1. UNTERSCHIEDE ZWISCHEN SCHUL- UND HOCHSCHULMATHEMATIK.....  | 6          |
| 1.2.1.1. Änderungen im Verständnis und Aufbau der Analysis durch den Prozess der Arithmetisierung .....                                   | 8          |
| 1.2.1.2. Vermittlung der Analysis In der Schule im Vergleich zu der Hochschule und der historischen Entwicklung .....                     | 14         |
| 1.2.1.3. Verständnisschwierigkeiten in der Analysis beim Übergang von der Schule zur Hochschule.....                                      | 17         |
| 1.2.2. VERMITTLUNG VON MATHEMATISCHEM WISSEN ZU BEGINN DES STUDIUMS – GESTALTUNG UND SCHWIERIGKEITEN .....                                | 23         |
| 1.2.3. SCHWIERIGKEITEN BEI DER VERMITTLUNG VON WISSEN IN TRADITIONELLEN VORLESUNGEN .....   | 24         |
| <b>    1.3. WISSENSVERMITTLUNG IN INTERAKTIVEN VORLESUNGEN .....</b>  | <b>28</b>  |
| 1.3.1. VERSCHIEDENE ARTEN DES EINSATZES VON VOTINGFRAGEN UND FORSCHUNGSERGEBNISSE ZUM EINSATZ VON VOTINGFRAGEN MIT PEER INSTRUCTION ..... | 36         |
| 1.3.1.1. Einsatz von Votingfragen ohne Peer Instruction (Voting-light) .....  | 37         |
| 1.3.1.2. Einsatz von Votingfragen mit Peer Instruction .....  | 38         |
| 1.3.1.3. Just in time teaching.....   | 47         |
| 1.3.2. DIE GESTALTUNG VON VOTINGFRAGEN.....   | 48         |
| 1.3.3. SCHWIERIGKEITSGRAD VON VOTINGFRAGEN.....   | 50         |
| <b>    1.4. POSITIVES UND NEGATIVES WISSEN.....</b>   | <b>54</b>  |
| 1.4.1. DEFINITION UND FUNKTIONEN DES NEGATIVEN UND POSITIVEN WISSENS .....  | 55         |

## Inhaltsverzeichnis

|  |            |
|--|------------|
| 1.4.2. FEHLER UND NEGATIVES WISSEN .....   | 59         |
| 1.4.3. NEGATIVES WISSEN IN MATHEMATIKANFÄNGERVERANSTALTUNGEN.....  | 64         |
| 1.4.4. DER EINSATZ VON SINGLE-CHOICE-VOTINGFRAGEN MIT PEER INSTRUCTION UNTER<br>DEM GESICHTSPUNKT DES NEGATIVEN WISSENS..... | 66         |
| <b>2. KAPITEL: GEMEINSAMES LERNEN MIT PEERS.....</b>   | <b>69</b>  |
| <b>2.1. ARTEN DER ZUSAMMENARBEIT .....</b>   | <b>70</b>  |
| <b>2.2. THEORETISCHE MODELLE UND THEORIEN ZUM GEMEINSAMEN LERNEN.....</b>  | <b>78</b>  |
| 2.2.1. SOZIOLOGISCHE PERSPEKTIVE NACH MILLER.....  | 80         |
| 2.2.1.1. Autonomes Lernen .....  | 84         |
| 2.2.1.2. Relatives und fundamentales Lernen .....  | 85         |
| 2.2.1.3. Kollektive Argumentationen.....   | 86         |
| 2.2.2. ARGUMENTATIONSTHEORETISCHE PERSPEKTIVE NACH KRUMMHEUER .....  | 89         |
| 2.2.2.1. Elemente einer Argumentation .....  | 90         |
| 2.2.2.2. Zusammenhang von Argumentieren und Wissenskonstruktion ....   | 92         |
| 2.2.3. EPISTEMOLOGISCHE PERSPEKTIVE DER KOMMUNIKATION NACH STEINBRING.....   | 95         |
| <b>2.3. FORSCHUNGSERGEBNISSE ZUM GEMEINSAMEN LERNEN .....</b>  | <b>98</b>  |
| 2.3.1. EINFLUSS VON PEER LEARNING AUF DIE LEISTUNG .....   | 100        |
| 2.3.1.1. Direkte Einflüsse von Peer Learning auf die Leistung.....   | 100        |
| 2.3.1.2. Inkubationseffekte kollaborativer Zusammenarbeit.....   | 106        |
| 2.3.2. INTERAKTIONSMUSTER BEIM PEER LEARNING .....   | 107        |
| 2.3.2.1. Interaktionsmuster während des kollaborativen Lernens .....   | 108        |
| 2.3.2.2. Lernen durch das Geben von Erklärungen.....   | 112        |
| 2.3.2.3. Handlungsmodell von Dekker und Elshout-Mohr .....   | 115        |
| <b>2.4. DIE PEER-INSTRUCTION-PHASE .....</b>   | <b>118</b> |
| 2.4.1. PROBLEME BEIM KOLLABORATIVEN LERNEN UND DEREN LÖSUNGSANSÄTZE .....  | 124        |
| 2.4.2. EINFLUSSFAKTOREN AUF DIE PEER INSTRUCTION .....   | 127        |
| <b>3. KAPITEL: FORSCHUNGSFRAGEN .....</b>  | <b>130</b> |
| <b>4. KAPITEL: DESIGN DER STUDIE UND DER DATENERHEBUNG .....</b>   | <b>135</b> |
| <b>4.1. DAS GESAMTPROJEKT „EINSATZ VON VOTINGFRAGEN IN VORLESUNGEN“ .....</b>  | <b>136</b> |
| <b>4.2. EINBETTUNG DER DISSERTATION IN DIE GESAMTSTUDIE .....</b>  | <b>137</b> |
| <b>4.3. EINBETTUNG DER VOTINGFRAGEN IN DIE VORLESUNG .....</b>   | <b>138</b> |

## Inhaltsverzeichnis

|   |            |
|---|------------|
| <b>4.4. VORSTELLEN UND SCHWIERIGKEITSBEWERTUNG DER VOTINGFRAGEN .....</b>   | <b>140</b> |
| 4.4.1. VORSTELLEN ALLER VOTINGFRAGEN .....  | 140        |
| 4.4.2. SCHEMA ZUR BEWERTUNG DER SCHWIERIGKEIT VON VOTINGFRAGEN .....  | 145        |
| 4.4.3. BESTIMMUNG DER SCHWIERIGKEITSPARAMETER DER EINZELNEN VOTINGFRAGEN  | 152        |
| <b>4.5. ZUR DATENERHEBUNG .....</b>   | <b>166</b> |
| 4.5.1. BESCHREIBUNG DER LERNGRUPPE „ANALYSIS I“ INSGESAMT .....   | 166        |
| 4.5.2. BESCHREIBUNG DER STUDIERENDEN DER DISKUSSIONSGRUPPEN .....   | 167        |
| 4.5.3. AUFZEICHNUNG DER PEER DISKUSSIONEN .....   | 170        |
| 4.5.4. AUFBEREITUNG DER DATEN: TRANSKRIPTION .....  | 171        |
| Empirische Auswertung.....  | 175        |
| <b>5. KAPITEL: ARTEN DER ZUSAMMENARBEIT .....</b>   | <b>176</b> |
| <b>5.1. METHODOLOGISCHE ÜBERLEGUNGEN ZUR TYPISIERUNG DER DISKUSSIONEN.....</b>  | <b>177</b> |
| 5.1.1. METHODE ZUR BESTIMMUNG DER GÜTEKRITERIEN DER CODIERUNG UND CODIERANLEITUNG .....   | 180        |
| 5.1.2. METHODE ZUM VERGLEICH DER DISKUSSIONSDAUER BEI VERSCHIEDENEN DISKUSSIONSTYPEN.....                                       | 183        |
| 5.1.3. METHODE ZUR NUTZUNG DER CODIERANLEITUNG ZUR BESTIMMUNG DER EMPIRISCHEN HÄUFIGKEITEN DER EINZELNEN DISKUSSIONSTYPEN ..... | 184        |
| <b>5.2. KATEGORIALE ERFASSUNG UND TYPISIERUNG DER GRUPPENDISKUSSIONEN .....</b>   | <b>185</b> |
| <b>5.3. ANTEILE DER DISKUSSIONSTYPEN IN DEN FORSCHUNGSDATEN .....</b>   | <b>196</b> |
| <b>5.4. ÜBERLEGUNGEN ZUR VALIDITÄT DER ERHOBENEN DATEN.....</b>   | <b>199</b> |
| <b>5.5. DISKUSSION .....</b>  | <b>200</b> |
| <b>6. KAPITEL: EINFLUSS DES SCHWIERIGKEITSGRADES VON VOTINGFRAGEN AUF DEN DISKUSSIONSPROZESS.....</b>                           | <b>204</b> |
| <b>6.1. EMPIRISCHE UND THEORETISCHE SCHWIERIGKEITSBEWERTUNG DER EINGESETZTEN VOTINGFRAGEN .....</b>                             | <b>204</b> |
| <b>6.2. METHODE ZUM VERGLEICH DER DISKUSSIONEN ZU DEN VERSCHIEDENEN VOTINGFRAGEN .....</b>                                      | <b>205</b> |
| 6.2.1. METHODE ZU DER BESTIMMUNG UND DEM VERGLEICH DER DAUER DER DISKUSSIONEN.....  | 206        |

## Inhaltsverzeichnis

|  |            |
|--|------------|
| 6.2.2. QUALITÄTSKRITERIEN UND METHODISCHES VORGEHEN ZUR BEWERTUNG DER DISKUSSIONEN.....                        | 206        |
| 6.2.2.1. Kriterium „Art der Zusammenarbeit“ .....  | 207        |
| 6.2.2.2. Kriterien zur Qualitätsbewertung der Diskussionsbeiträge.....   | 207        |
| 6.2.2.2.1. Kategorisierung der einzelnen Diskussionsbeiträge.....  | 208        |
| 6.2.2.2.2. Kategorisierung der Begründungen .....  | 211        |
| 6.2.3. BESCHREIBUNG DER INHALTE DER DISKUSSIONEN .....   | 216        |
| 6.2.4. BEGRÜNDUNG FÜR DIE AUSWAHL DER VOTINGFRAGEN.....  | 216        |
| <b>6.3. ERGEBNISSE .....</b>   | <b>219</b> |
| 6.3.1. ERGEBNIS DES VERGLEICHS DER THEORETISCHEN MIT DER EMPIRISCHEN SCHWIERIGKEIT.....                        | 219        |
| 6.3.2. ERGEBNIS DES VERGLEICHS DER DAUER DER DISKUSSIONEN .....  | 221        |
| 6.3.3. ERGEBNISSE DER CODIERUNGEN.....   | 223        |
| 6.3.3.1. Ergebnisse hinsichtlich der Art der Zusammenarbeit .....  | 223        |
| 6.3.3.2. Ergebnisse hinsichtlich der Codierung der Diskussionsbeiträge..                                       | 224        |
| 6.3.3.3. Ergebnisse bei der Codierung der Qualität der Begründungen...   | 226        |
| 6.3.4. BESCHREIBUNG DER INHALTE DER DISKUSSIONEN .....   | 227        |
| 6.3.4.1. Satz von Rolle .....  | 227        |
| 6.3.4.2. Extremum und Implikation .....  | 229        |
| 6.3.4.3. Definition eines lokalen Maximums .....   | 230        |
| 6.3.4.4. Vergleich der Diskussionsprozesse auf inhaltlicher Ebene .....  | 232        |
| 6.4. BEWERTUNG DES VERGLEICHS VON THEORETISCHER UND EMPIRISCHER SCHWIERIGKEIT .....                            | 233        |
| 6.5. DISKUSSION DER ERGEBNISSE .....   | 236        |
| <b>7. KAPITEL: ANALYSE DES WISSENSKONSTRUKTIONSPROZESSES WÄHREND DER KOLLABORATIVEN PEER DISKUSSIONEN.....</b> | <b>239</b> |
| 7.1. METHODOLOGISCHE ENTSCHEIDUNG .....  | 240        |
| 7.1.1. METHODOLOGISCHE EINORDNUNG DER INTERAKTIONSANALYSE .....  | 242        |
| 7.1.2. ABDUKTION UND THEorieENTWICKLUNG .....  | 244        |
| 7.2. VORGEHEN ZUR BESCHREIBUNG DES KONTEXTES DER DISKUSSIONEN .....  | 248        |
| 7.2.1. FACHDIDAKTISCHE ANALYSE DER DISKUSSIONEN .....  | 248        |
| 7.2.2. GRUPPENBESCHREIBUNG.....  | 249        |
| 7.3. BESCHREIBUNG DER AUSWERTUNGSMETHODE .....   | 249        |

## Inhaltsverzeichnis

|  |            |
|--|------------|
| 7.3.1. DIE INTERAKTIONSANALYSE.....  | 250        |
| 7.3.1.1. Methodisches Vorgehen bei der Interaktionsanalyse.....  | 250        |
| 7.3.1.2. Darstellung der Interaktionsanalysen in dieser Arbeit .....   | 252        |
| 7.3.2. METHODISCHES VORGEHEN ZUR REKONSTRUKTION DES<br>WISSENSKONSTRUKTIONSPROZESSES.....  | 253        |
| 7.3.3. ANALYSE DER ART DER ZUSAMMENARBEIT.....   | 254        |
| 7.3.4. DIE KOMPARATION DER DISKUSSIONEN ZUR THEOREEENTWICKLUNG .....   | 255        |
| 7.3.5. GÜTEKRITERIEN.....  | 256        |
| <b>7.4. BEGRÜNDUNG ZUR AUSWAHL DER VOTINGFRAGE .....</b>   | <b>258</b> |
| <b>7.5. DER KONTEXT DER DISKUSSIONEN .....</b>   | <b>260</b> |
| 7.5.1. FACHDIDAKTISCHE ANALYSE DER VOTINGFRAGE „DEFINITION EINES LOKALEN<br>MAXIMUMS“ .....  | 260        |
| 7.5.1.1. Fachliche Analyse der hochschulmathematischen Begriffe .....  | 261        |
| 7.5.1.2. Einordnung der Votingfrage in die fachliche Analyse .....   | 263        |
| 7.5.1.3. Analyse von Verständnisschwierigkeiten.....   | 264        |
| 7.5.1.4. Erarbeitung des Bedeutungsgehalts der einzelnen Definitionen  | 265        |
| 7.5.1.5. Schwierigkeiten, die sich aus dem Concept Image der Studierenden<br>zu den Begrifflichkeiten in der Votingfrage ergeben können..... | 270        |
| 7.5.1.5.1. Schulischer Umgang mit den Begriffen im Vergleich zum<br>Bedeutungsgehalt der hochschulmathematischen Begriffe .....              | 271        |
| 7.5.1.5.2. Differenzierung zwischen lokalem und globalem Maximum....   | 273        |
| 7.5.1.6. Ziele der Votingfrage .....   | 275        |
| 7.5.1.7. Einbettung der Frage in die Vorlesung.....  | 278        |
| 7.5.2. BESCHREIBUNG DER DISKUSSIONSGRUPPEN .....   | 280        |
| 7.5.2.1. Informationen zu der Gruppe der Diskussion „Meinungsstreit“.  | 280        |
| 7.5.2.2. Informationen zu der Gruppe der Diskussion „Verfertigen der<br>Gedanken beim Reden“ .....   | 281        |
| 7.5.2.3. Informationen zu der Gruppe der Diskussion „Sokratisches<br>Gespräch“ .....   | 282        |
| 7.5.2.4. Informationen zu der Gruppe der Diskussion „Gemeinsame<br>Erarbeitung“ .....  | 282        |
| <b>7.6. AUSWERTUNG DER DISKUSSIONEN: INTERPRETATION DER EINZELNEN<br/>            GRUPPENDISKUSSIONEN.....</b>                               | <b>283</b> |
| 7.6.1. AUSWERTUNG DER GRUPPENDISKUSSION „MEINUNGSSTREIT“.....  | 284        |

## Inhaltsverzeichnis

|  |     |
|--|-----|
| 7.6.1.1. Kurzübersicht über den Diskussionsverlauf .....   | 284 |
| 7.6.1.2. Auswertung der einzelnen Phasen .....   | 285 |
| 7.6.1.2.1. Phase 1: Formale Unterschiede zwischen den Definitionen ....  | 285 |
| 7.6.1.2.2. Phase 2: Austausch über das Abstimmungsverhalten in der ersten Abstimmung.....  | 286 |
| 7.6.1.2.3. Phase 3: Suche nach weiteren Argumenten, die eine Definition auszeichnet .....  | 289 |
| 7.6.1.2.4. Phase 4: Rückgriff auf Erfahrungswerte mit Epsilon .....  | 291 |
| 7.6.1.2.5. Phase 5: Diskussion über „für ein“ oder „für alle Epsilon“ .....  | 293 |
| 7.6.1.2.6. Phase 6: Zustimmung zur Definition a .....  | 294 |
| 7.6.1.3. Zusammenfassung.....  | 295 |
| 7.6.1.4. Analyse des Wissenskonstruktionsprozesses .....   | 297 |
| 7.6.1.5. Analyse der Zusammenarbeit.....   | 298 |
| 7.6.1.6. Erste empirisch begründete theoretische Gedanken.....   | 299 |
| 7.6.2. AUSWERTUNG DER DISKUSSION „VERFERTIGEN DER GEDANKEN BEIM REDEN“... ...  | 301 |
| 7.6.2.1. Kurzübersicht über die Gruppendiskussion .....  | 302 |
| 7.6.2.2. Auswertung der einzelnen Phasen .....   | 302 |
| 7.6.2.2.1. Phase 1: Austausch über das Abstimmungsverhalten .....  | 302 |
| 7.6.2.2.2. Phase 2: Durchlesen von Definition c .....  | 303 |
| 7.6.2.2.3. Phase 3: Aufeinandertreffen unterschiedlicher Meinungen ....  | 304 |
| 7.6.2.3. Zusammenfassung.....  | 306 |
| 7.6.2.4. Analyse des Wissenskonstruktionsprozesses .....   | 307 |
| 7.6.2.5. Analyse der Zusammenarbeit.....   | 308 |
| 7.6.2.6. Komparation und Theoriegenese .....   | 309 |
| 7.6.3. AUSWERTUNG DER GRUPPENDISKUSSION „SOKRATISCHES GESPRÄCH“.....   | 311 |
| 7.6.3.1. Kurze Übersicht über den Diskussionsverlauf .....   | 311 |
| 7.6.3.2. Auswertung der einzelnen Phasen .....   | 312 |
| 7.6.3.2.1. Phase 1: Beseitigung einer Unklarheit .....   | 312 |
| 7.6.3.2.2. Phase 2: Austausch über das Abstimmungsverhalten .....  | 313 |
| 7.6.3.2.3. Phase 3: Beginn des gemeinsamen Erarbeitens: Fokussierung auf den ersten Teil in Definition a) und c) sowie die Erarbeitung der Bedeutung des Epsilons..... | 316 |
| 7.6.3.2.4. Phase 4: Vertiefter Vergleich zwischen Definition a) und c)<br>anhand der Skizze .....  | 318 |

## Inhaltsverzeichnis

|  |            |
|--|------------|
| 7.6.3.2.5. Phase 5: Erste Zweifel an der Definition a) .....           | 320        |
| 7.6.3.2.6. Phase 6: Abkehr von Definition a) .....                     | 321        |
| 7.6.3.2.7. Phase 7: Lokales versus globales Maximum .....              | 323        |
| 7.6.3.2.8. Phase 8: Hinwendung zu Definition c) .....                  | 324        |
| 7.6.3.2.9. Phase 9: Erkennen der richtigen Definition .....            | 326        |
| 7.6.3.3. Zusammenfassung.....  | 327        |
| 7.6.3.4. Analyse des Wissenskonstruktionsprozesses .....               | 328        |
| 7.6.3.5. Analyse der Zusammenarbeit.....                               | 330        |
| 7.6.3.6. Komparation und Theoriegenese .....                           | 333        |
| 7.6.4. AUSWERTUNG DER GRUPPENDISKUSSION „GEMEINSAME ERARBEITUNG“ ..... | 335        |
| 7.6.4.1. Kurzübersicht über den Diskussionsverlauf .....               | 335        |
| 7.6.4.2. Auswertung der einzelnen Phasen .....                         | 335        |
| 7.6.4.2.1. Phase 1: Klärung des Begriffes „lokales Maximum“ .....      | 335        |
| 7.6.4.2.2. Phase 2: Konzept der Nähe und formale Ausdrucksweise .....  | 336        |
| 7.6.4.2.3. Phase 3: Umdeutung von „für alle Epsilon“ .....             | 337        |
| 7.6.4.2.4. Phase 4: Beschäftigung mit Definition b .....               | 338        |
| 7.6.4.2.5. Phase 5: Beschäftigung mit Definition c .....               | 339        |
| 7.6.4.2.6. Phase 6: Entscheidung für b .....                           | 341        |
| 7.6.4.3. Zusammenfassung.....  | 341        |
| 7.6.4.4. Analyse des Wissenskonstruktionsprozesses .....               | 343        |
| 7.6.4.5. Analyse der Zusammenarbeit.....                               | 345        |
| 7.6.4.6. Komparation und Theoriegenese .....                           | 346        |
| <b>7.7. ZUSAMMENFASSUNG UND DISKUSSION .....</b>                       | <b>346</b> |
| 7.7.1. ZUSAMMENFASSENDE BETRACHTUNG UND SCHLUSSFOLGERUNGEN.....        | 347        |
| 7.7.2. DISKUSSION .....  | 352        |
| <b>8. KAPITEL: FAZIT UND AUSBLICK .....</b>                            | <b>356</b> |
| <b>9. LITERATURVERZEICHNIS .....</b>                                   | <b>364</b> |