

# Inhaltsverzeichnis

- 0. EINLEITUNG..... I**
  - 0.1. MOTIVATION UND AUSGANGSLAGE..... I**
  - 0.2. ZIELSETZUNG ..... VI**
  - 0.3. ÜBERSICHT ÜBER DIE ARBEIT ..... VII**
- 1. KAPITEL: WISSEN UND DESSEN KONSTRUKTION..... 1**
  - 1.1. WISSENSKONSTRUKTION AUS DER SICHT DES KONSTRUKTIVISMUS ..... 2**
  - 1.2. BESONDERHEITEN BEIM LEHREN UND LERNEN VON MATHEMATIK ZU BEGINN DES STUDIUMS ..... 5**
    - 1.2.1. UNTERSCHIEDE ZWISCHEN SCHUL- UND HOCHSCHULMATHEMATIK ..... 6
      - 1.2.1.1. Änderungen im Verständnis und Aufbau der Analysis durch den Prozess der Arithmetisierung ..... 8
      - 1.2.1.2. Vermittlung der Analysis In der Schule im Vergleich zu der Hochschule und der historischen Entwicklung ..... 14
      - 1.2.1.3. Verständnisschwierigkeiten in der Analysis beim Übergang von der Schule zur Hochschule..... 17
    - 1.2.2. VERMITTLUNG VON MATHEMATISCHEM WISSEN ZU BEGINN DES STUDIUMS – GESTALTUNG UND SCHWIERIGKEITEN ..... 23
    - 1.2.3. SCHWIERIGKEITEN BEI DER VERMITTLUNG VON WISSEN IN TRADITIONELLEN VORLESUNGEN ..... 24
  - 1.3. WISSENSVERMITTLUNG IN INTERAKTIVEN VORLESUNGEN .....28**
    - 1.3.1. VERSCHIEDENE ARTEN DES EINSATZES VON VOTINGFRAGEN UND FORSCHUNGSERGEBNISSE ZUM EINSATZ VON VOTINGFRAGEN MIT PEER INSTRUCTION ..... 36
      - 1.3.1.1. Einsatz von Votingfragen ohne Peer Instruction (Voting-light) ..... 37
      - 1.3.1.2. Einsatz von Votingfragen mit Peer Instruction ..... 38
      - 1.3.1.3. Just in time teaching..... 47
    - 1.3.2. DIE GESTALTUNG VON VOTINGFRAGEN..... 48
    - 1.3.3. SCHWIERIGKEITSGRAD VON VOTINGFRAGEN..... 50
  - 1.4. POSITIVES UND NEGATIVES WISSEN .....54**
    - 1.4.1. DEFINITION UND FUNKTIONEN DES NEGATIVEN UND POSITIVEN WISSENS ..... 55

## Inhaltsverzeichnis

1.4.2. FEHLER UND NEGATIVES WISSEN .....	59
1.4.3. NEGATIVES WISSEN IN MATHEMATIKANFÄNGERVERANSTALTUNGEN.....	64
1.4.4. DER EINSATZ VON SINGLE-CHOICE-VOTINGFRAGEN MIT PEER INSTRUCTION UNTER DEM GESICHTSPUNKT DES NEGATIVEN WISSENS.....	66
<b><u>2. KAPITEL: GEMEINSAMES LERNEN MIT PEERS.....</u></b>	<b><u>69</u></b>
2.1. ARTEN DER ZUSAMMENARBEIT .....	70
2.2. THEORETISCHE MODELLE UND THEORIEN ZUM GEMEINSAMEN LERNEN.....	78
2.2.1. SOZIOLOGISCHE PERSPEKTIVE NACH MILLER.....	80
2.2.1.1. Autonomes Lernen .....	84
2.2.1.2. Relatives und fundamentales Lernen .....	85
2.2.1.3. Kollektive Argumentationen.....	86
2.2.2. ARGUMENTATIONSTHEORETISCHE PERSPEKTIVE NACH KRUMMHEUER .....	89
2.2.2.1. Elemente einer Argumentation .....	90
2.2.2.2. Zusammenhang von Argumentieren und Wissenskonstruktion ....	92
2.2.3. EPISTEMOLOGISCHE PERSPEKTIVE DER KOMMUNIKATION NACH STEINBRING .....	95
2.3. FORSCHUNGSERGEBNISSE ZUM GEMEINSAMEN LERNEN .....	98
2.3.1. EINFLUSS VON PEER LEARNING AUF DIE LEISTUNG .....	100
2.3.1.1. Direkte Einflüsse von Peer Learning auf die Leistung.....	100
2.3.1.2. Inkubationseffekte kollaborativer Zusammenarbeit.....	106
2.3.2. INTERAKTIONSMUSTER BEIM PEER LEARNING .....	107
2.3.2.1. Interaktionsmuster während des kollaborativen Lernens .....	108
2.3.2.2. Lernen durch das Geben von Erklärungen .....	112
2.3.2.3. Handlungsmodell von Dekker und Elshout-Mohr .....	115
2.4. DIE PEER-INSTRUCTION-PHASE .....	118
2.4.1. PROBLEME BEIM KOLLABORATIVEN LERNEN UND DEREN LÖSUNGSANSÄTZE .....	124
2.4.2. EINFLUSSFAKTOREN AUF DIE PEER INSTRUCTION .....	127
<b><u>3. KAPITEL: FORSCHUNGSFRAGEN .....</u></b>	<b><u>130</u></b>
<b><u>4. KAPITEL: DESIGN DER STUDIE UND DER DATENERHEBUNG .....</u></b>	<b><u>135</u></b>
4.1. DAS GESAMTPROJEKT „EINSATZ VON VOTINGFRAGEN IN VORLESUNGEN“ .....	136
4.2. EINBETTUNG DER DISSERTATION IN DIE GESAMTSTUDIE .....	137
4.3. EINBETTUNG DER VOTINGFRAGEN IN DIE VORLESUNG .....	138

## Inhaltsverzeichnis

<b>4.4. VORSTELLEN UND SCHWIERIGKEITSBEWERTUNG DER VOTINGFRAGEN .....</b>	<b>140</b>
4.4.1. VORSTELLEN ALLER VOTINGFRAGEN .....	140
4.4.2. SCHEMA ZUR BEWERTUNG DER SCHWIERIGKEIT VON VOTINGFRAGEN .....	145
4.4.3. BESTIMMUNG DER SCHWIERIGKEITSPARAMETER DER EINZELNEN VOTINGFRAGEN .....	152
<b>4.5. ZUR DATENERHEBUNG .....</b>	<b>166</b>
4.5.1. BESCHREIBUNG DER LERNGRUPPE „ANALYSIS I“ INSGESAMT .....	166
4.5.2. BESCHREIBUNG DER STUDIERENDEN DER DISKUSSIONSGRUPPEN .....	167
4.5.3. AUFZEICHNUNG DER PEER DISKUSSIONEN .....	170
4.5.4. AUFBEREITUNG DER DATEN: TRANSKRIPTION .....	171
Empirische Auswertung.....	175
 <b><u>5. KAPITEL: ARTEN DER ZUSAMMENARBEIT .....</u></b>	<b><u>176</u></b>
 <b>5.1. METHODOLOGISCHE ÜBERLEGUNGEN ZUR TYPISIERUNG DER DISKUSSIONEN.....</b>	<b>177</b>
5.1.1. METHODE ZUR BESTIMMUNG DER GÜTEKRITERIEN DER CODIERUNG UND CODIERANLEITUNG .....	180
5.1.2. METHODE ZUM VERGLEICH DER DISKUSSIONSDAUER BEI VERSCHIEDENEN DISKUSSIONSTYPEN.....	183
5.1.3. METHODE ZUR NUTZUNG DER CODIERANLEITUNG ZUR BESTIMMUNG DER EMPIRISCHEN HÄUFIGKEITEN DER EINZELNEN DISKUSSIONSTYPEN .....	184
<b>5.2. KATEGORIALE ERFASSUNG UND TYPISIERUNG DER GRUPPENDISKUSSIONEN .....</b>	<b>185</b>
<b>5.3. ANTEILE DER DISKUSSIONSTYPEN IN DEN FORSCHUNGSDATEN .....</b>	<b>196</b>
<b>5.4. ÜBERLEGUNGEN ZUR VALIDITÄT DER ERHOBENEN DATEN.....</b>	<b>199</b>
<b>5.5. DISKUSSION .....</b>	<b>200</b>
 <b><u>6. KAPITEL: EINFLUSS DES SCHWIERIGKEITSGRADES VON VOTINGFRAGEN AUF DEN DISKUSSIONSPROZESS.....</u></b>	<b><u>204</u></b>
 <b>6.1. EMPIRISCHE UND THEORETISCHE SCHWIERIGKEITSBEWERTUNG DER EINGESETZTEN VOTINGFRAGEN .....</b>	<b>204</b>
<b>6.2. METHODE ZUM VERGLEICH DER DISKUSSIONEN ZU DEN VERSCHIEDENEN VOTINGFRAGEN .....</b>	<b>205</b>
6.2.1. METHODE ZU DER BESTIMMUNG UND DEM VERGLEICH DER DAUER DER DISKUSSIONEN.....	206

## Inhaltsverzeichnis

6.2.2. QUALITÄTSKRITERIEN UND METHODISCHES VORGEHEN ZUR BEWERTUNG DER DISKUSSIONEN.....	206
6.2.2.1. Kriterium „Art der Zusammenarbeit“ .....	207
6.2.2.2. Kriterien zur Qualitätsbewertung der Diskussionsbeiträge.....	207
6.2.2.2.1. Kategorisierung der einzelnen Diskussionsbeiträge.....	208
6.2.2.2.2. Kategorisierung der Begründungen .....	211
6.2.3. BESCHREIBUNG DER INHALTE DER DISKUSSIONEN .....	216
6.2.4. BEGRÜNDUNG FÜR DIE AUSWAHL DER VOTINGFRAGEN.....	216
<b>6.3. ERGEBNISSE .....</b>	<b>219</b>
6.3.1. ERGEBNIS DES VERGLEICHS DER THEORETISCHEN MIT DER EMPIRISCHEN SCHWIERIGKEIT .....	219
6.3.2. ERGEBNIS DES VERGLEICHS DER DAUER DER DISKUSSIONEN .....	221
6.3.3. ERGEBNISSE DER CODIERUNGEN.....	223
6.3.3.1. Ergebnisse hinsichtlich der Art der Zusammenarbeit .....	223
6.3.3.2. Ergebnisse hinsichtlich der Codierung der Diskussionsbeiträge..	224
6.3.3.3. Ergebnisse bei der Codierung der Qualität der Begründungen...	226
6.3.4. BESCHREIBUNG DER INHALTE DER DISKUSSIONEN .....	227
6.3.4.1. Satz von Rolle .....	227
6.3.4.2. Extremum und Implikation .....	229
6.3.4.3. Definition eines lokalen Maximums .....	230
6.3.4.4. Vergleich der Diskussionsprozesse auf inhaltlicher Ebene.....	232
<b>6.4. BEWERTUNG DES VERGLEICHS VON THEORETISCHER UND EMPIRISCHER SCHWIERIGKEIT .....</b>	<b>233</b>
<b>6.5. DISKUSSION DER ERGEBNISSE .....</b>	<b>236</b>
 <b><u>7. KAPITEL: ANALYSE DES WISSENSKONSTRUKTIONSPROZESSES WÄHREND DER KOLLABORATIVEN PEER DISKUSSIONEN .....</u></b>	 <b><u>239</u></b>
 <b>7.1. METHODOLOGISCHE ENTSCHEIDUNG .....</b>	 <b>240</b>
7.1.1. METHODOLOGISCHE EINORDNUNG DER INTERAKTIONSANALYSE .....	242
7.1.2. ABDUKTION UND THEORIEENTWICKLUNG .....	244
<b>7.2. VORGEHEN ZUR BESCHREIBUNG DES KONTEXTES DER DISKUSSIONEN .....</b>	<b>248</b>
7.2.1. FACHDIDAKTISCHE ANALYSE DER DISKUSSIONEN .....	248
7.2.2. GRUPPENBESCHREIBUNG.....	249
<b>7.3. BESCHREIBUNG DER AUSWERTUNGSMETHODE .....</b>	<b>249</b>

## Inhaltsverzeichnis

7.3.1. DIE INTERAKTIONSANALYSE .....	250
7.3.1.1. Methodisches Vorgehen bei der Interaktionsanalyse.....	250
7.3.1.2. Darstellung der Interaktionsanalysen in dieser Arbeit.....	252
7.3.2. METHODISCHES VORGEHEN ZUR REKONSTRUKTION DES WISSENSKONSTRUKTIONSPROZESSES.....	253
7.3.3. ANALYSE DER ART DER ZUSAMMENARBEIT.....	254
7.3.4. DIE KOMPARATION DER DISKUSSIONEN ZUR THEORIEENTWICKLUNG.....	255
7.3.5. GÜTEKRITERIEN.....	256
<b>7.4. BEGRÜNDUNG ZUR AUSWAHL DER VOTINGFRAGE .....</b>	<b>258</b>
<b>7.5. DER KONTEXT DER DISKUSSIONEN .....</b>	<b>260</b>
7.5.1. FACHDIDAKTISCHE ANALYSE DER VOTINGFRAGE „DEFINITION EINES LOKALEN MAXIMUMS“ .....	260
7.5.1.1. Fachliche Analyse der hochschulmathematischen Begriffe .....	261
7.5.1.2. Einordnung der Votingfrage in die fachliche Analyse .....	263
7.5.1.3. Analyse von Verständnisschwierigkeiten.....	264
7.5.1.4. Erarbeitung des Bedeutungsgehalts der einzelnen Definitionen	265
7.5.1.5. Schwierigkeiten, die sich aus dem Concept Image der Studierenden zu den Begrifflichkeiten in der Votingfrage ergeben können.....	270
7.5.1.5.1. Schulischer Umgang mit den Begriffen im Vergleich zum Bedeutungsgehalt der hochschulmathematischen Begriffe .....	271
7.5.1.5.2. Differenzierung zwischen lokalem und globalem Maximum....	273
7.5.1.6. Ziele der Votingfrage .....	275
7.5.1.7. Einbettung der Frage in die Vorlesung.....	278
7.5.2. BESCHREIBUNG DER DISKUSSIONSGRUPPEN .....	280
7.5.2.1. Informationen zu der Gruppe der Diskussion „Meinungsstreit“ .	280
7.5.2.2. Informationen zu der Gruppe der Diskussion „Verfertigen der Gedanken beim Reden“ .....	281
7.5.2.3. Informationen zu der Gruppe der Diskussion „Sokratisches Gespräch“ .....	282
7.5.2.4. Informationen zu der Gruppe der Diskussion „Gemeinsame Erarbeitung“ .....	282
<b>7.6. AUSWERTUNG DER DISKUSSIONEN: INTERPRETATION DER EINZELNEN GRUPPENDISKUSSIONEN.....</b>	<b>283</b>
7.6.1. AUSWERTUNG DER GRUPPENDISKUSSION „MEINUNGSSTREIT“ .....	284

## Inhaltsverzeichnis

7.6.1.1. Kurzübersicht über den Diskussionsverlauf .....	284
7.6.1.2. Auswertung der einzelnen Phasen .....	285
7.6.1.2.1. Phase 1: Formale Unterschiede zwischen den Definitionen ....	285
7.6.1.2.2. Phase 2: Austausch über das Abstimmungsverhalten in der ersten Abstimmung.....	286
7.6.1.2.3. Phase 3: Suche nach weiteren Argumenten, die eine Definition auszeichnet .....	289
7.6.1.2.4. Phase 4: Rückgriff auf Erfahrungswerte mit Epsilon .....	291
7.6.1.2.5. Phase 5: Diskussion über „für ein“ oder „für alle Epsilon“ .....	293
7.6.1.2.6. Phase 6: Zustimmung zur Definition a .....	294
7.6.1.3. Zusammenfassung.....	295
7.6.1.4. Analyse des Wissenskonstruktionsprozesses .....	297
7.6.1.5. Analyse der Zusammenarbeit.....	298
7.6.1.6. Erste empirisch begründete theoretische Gedanken.....	299
7.6.2. AUSWERTUNG DER DISKUSSION „VERFERTIGEN DER GEDANKEN BEIM REDEN“ ...	301
7.6.2.1. Kurzübersicht über die Gruppendiskussion .....	302
7.6.2.2. Auswertung der einzelnen Phasen .....	302
7.6.2.2.1. Phase 1: Austausch über das Abstimmungsverhalten .....	302
7.6.2.2.2. Phase 2: Durchlesen von Definition c .....	303
7.6.2.2.3. Phase 3: Aufeinandertreffen unterschiedlicher Meinungen ....	304
7.6.2.3. Zusammenfassung.....	306
7.6.2.4. Analyse des Wissenskonstruktionsprozesses .....	307
7.6.2.5. Analyse der Zusammenarbeit.....	308
7.6.2.6. Komparation und Theoriegenese .....	309
7.6.3. AUSWERTUNG DER GRUPPENDISKUSSION „SOKRATISCHES GESPRÄCH“ .....	311
7.6.3.1. Kurze Übersicht über den Diskussionsverlauf.....	311
7.6.3.2. Auswertung der einzelnen Phasen .....	312
7.6.3.2.1. Phase 1: Beseitigung einer Unklarheit .....	312
7.6.3.2.2. Phase 2: Austausch über das Abstimmungsverhalten .....	313
7.6.3.2.3. Phase 3: Beginn des gemeinsamen Erarbeitens: Fokussierung auf den ersten Teil in Definition a) und c) sowie die Erarbeitung der Bedeutung des Epsilon.....	316
7.6.3.2.4. Phase 4: Vertiefter Vergleich zwischen Definition a) und c) anhand der Skizze .....	318

## Inhaltsverzeichnis

7.6.3.2.5. Phase 5: Erste Zweifel an der Definition a) .....	320
7.6.3.2.6. Phase 6: Abkehr von Definition a) .....	321
7.6.3.2.7. Phase 7: Lokales versus globales Maximum .....	323
7.6.3.2.8. Phase 8: Hinwendung zu Definition c) .....	324
7.6.3.2.9. Phase 9: Erkennen der richtigen Definition .....	326
7.6.3.3. Zusammenfassung.....	327
7.6.3.4. Analyse des Wissenskonstruktionsprozesses .....	328
7.6.3.5. Analyse der Zusammenarbeit.....	330
7.6.3.6. Komparation und Theoriegenese .....	333
7.6.4. AUSWERTUNG DER GRUPPENDISKUSSION „GEMEINSAME ERARBEITUNG“ .....	335
7.6.4.1. Kurzübersicht über den Diskussionsverlauf .....	335
7.6.4.2. Auswertung der einzelnen Phasen .....	335
7.6.4.2.1. Phase 1: Klärung des Begriffes „lokales Maximum“ .....	335
7.6.4.2.2. Phase 2: Konzept der Nähe und formale Ausdrucksweise .....	336
7.6.4.2.3. Phase 3: Umdeutung von „für alle Epsilon“ .....	337
7.6.4.2.4. Phase 4: Beschäftigung mit Definition b .....	338
7.6.4.2.5. Phase 5: Beschäftigung mit Definition c .....	339
7.6.4.2.6. Phase 6: Entscheidung für b .....	341
7.6.4.3. Zusammenfassung.....	341
7.6.4.4. Analyse des Wissenskonstruktionsprozesses .....	343
7.6.4.5. Analyse der Zusammenarbeit.....	345
7.6.4.6. Komparation und Theoriegenese .....	346
<b>7.7. ZUSAMMENFASSUNG UND DISKUSSION .....</b>	<b>346</b>
7.7.1. ZUSAMMENFASSENDE BETRACHTUNG UND SCHLUSSFOLGERUNGEN.....	347
7.7.2. DISKUSSION .....	352
 <b>8. KAPITEL: FAZIT UND AUSBLICK.....</b>	<b>356</b>
<b>9. LITERATURVERZEICHNIS.....</b>	<b>364</b>