

Inhaltsverzeichnis

1 Algebra	1
1.1 Check-in	1
1.2 Zentrale Konzepte der elementaren Algebra	2
1.2.1 Zentrale Tätigkeiten in der elementaren Algebra	3
1.2.2 Variablen und ihre Rollen	7
1.3 Terme	11
1.3.1 Mit Termen beschreiben	12
1.3.2 Terme aufstellen	15
1.3.3 Terme kalkülmäßig umformen	20
1.4 Gleichungen	27
1.4.1 Klassifizieren von Gleichungen	27
1.4.2 Gleichungen aufstellen	30
1.4.3 Verschiedene Wege zum Lösen von Gleichungen	32
1.4.4 Ungleichungen	38
1.4.5 Ziele und Probleme beim Lösen von Gleichungen	39
1.4.6 Gesamtreflexion zur elementaren Algebra	43
1.5 Check-out	45
1.6 Übungsaufgaben	47
2 Funktionen	53
2.1 Check-in	53
2.2 Funktionale Zusammenhänge	56
2.3 Funktionsbegriff	58
2.4 Darstellungsformen von Funktionen	63
2.4.1 Die unterschiedlichen Darstellungsformen	63
2.4.2 Darstellungswechsel	74
2.5 Grundvorstellungen einer Funktion	77
2.5.1 Funktion als Zuordnung von Werten	79
2.5.2 Funktion als Kovariation von Größen	80

2.5.3	Funktion als eigenständiges Objekt	83
2.5.4	Didaktische Reflexion	84
2.6	Der Begriff „funktionales Denken“	87
2.7	Bedeutung digitaler Werkzeuge für die Vermittlung des Funktionsbegriffs	88
2.8	Einige Eigenschaften von Funktionen	89
2.8.1	Nullstellen	90
2.8.2	Symmetrie	91
2.8.3	Stetigkeit	93
2.8.4	Monotonie	93
2.8.5	Injektiv, surjektiv und bijektiv	95
2.8.6	Umkehrfunktion	99
2.9	Check-out	101
2.10	Übungsaufgaben	102
3	Lineare Funktionen und Gleichungen	107
3.1	Check-in	107
3.2	Zugänge zu proportionalen Funktionen	110
3.2.1	Proportion: das konstante Verhältnis	110
3.2.2	Definition einer proportionalen Funktion	114
3.3	Zugänge zu linearen Funktionen	115
3.3.1	Linearität als Kerngedanke	115
3.3.2	Definition einer linearen Funktion	118
3.4	Eigenschaften und Anwendungen	120
3.4.1	Eigenschaften linearer Funktionen	120
3.4.2	Besondere lineare Funktionen	121
3.4.3	Typische Aufgabenformate	122
3.4.4	Typische Fehlvorstellungen zu linearen Funktionen	124
3.4.5	Beziehung zwischen verschiedenen linearen Funktionen	125
3.5	Gleichungen	127
3.5.1	Lineare Gleichungen	127
3.5.2	Lineare Gleichungssysteme	131
3.5.3	Lineare Ungleichungen	136
3.6	Umkehrfunktionen zu linearen Funktionen	138
3.7	Check-out	142
3.8	Übungsaufgaben	143
4	Quadratische Funktionen und Gleichungen	149
4.1	Check-in	149
4.2	Zugänge zu quadratischen Funktionen	151
4.2.1	Nicht alles ist linear – quadratisches Wachstum	151
4.2.2	Nicht alles ist linear – krumme Bahnen und Formen	153
4.2.3	Definition	153

4.3	Eigenschaften und Anwendungen	156
4.3.1	Bedeutung der Parameter der Scheitelpunktsform.	156
4.3.2	Einfluss der Parameter in der Normalform	160
4.3.3	Weitere Eigenschaften quadratischer Funktionen	161
4.3.4	Anwendungen von quadratischen Funktionen	163
4.3.5	Didaktische Aspekte zu quadratischen Funktionen	169
4.4	Quadratische Gleichungen und Umkehrfunktion	171
4.4.1	Quadratische Gleichungen lösen	172
4.4.2	Schnittpunkte quadratischer Funktionen bestimmen	176
4.4.3	Das Lösen quadratischer Gleichungen – didaktische Aspekte	176
4.4.4	Umkehrfunktion	178
4.5	Check-out.	180
4.6	Übungsaufgaben.	181
5	Potenzfunktionen, Polynomfunktionen und ihre Gleichungen.	187
5.1	Check-in.	187
5.2	Zugänge zu Potenzen, Potenz- und Polynomfunktionen	191
5.2.1	Wenn das Quadrat nicht mehr reicht	191
5.2.2	Potenzen und Potenzgesetze	195
5.2.3	Definition von Potenzfunktionen	199
5.2.4	Definition von Polynomfunktionen	203
5.3	Eigenschaften und Anwendungen	205
5.3.1	Eigenschaften und Anwendungen von Potenzfunktionen	205
5.3.2	Eigenschaften von Polynomfunktionen	212
5.4	Umkehrfunktion.	217
5.4.1	Umkehrfunktion bei Potenzfunktionen	217
5.4.2	Umkehrfunktion bei Polynomfunktionen	219
5.5	Gleichungen	220
5.6	Check-out.	223
5.7	Übungsaufgaben.	224
6	Exponentialfunktionen und ihre Gleichungen	227
6.1	Check-in.	227
6.2	Zugänge zu Exponentialfunktionen	229
6.2.1	Exponentielles Wachstum	229
6.2.2	Exponentieller Zerfall	233
6.2.3	Definition	235
6.2.4	Die natürliche Exponentialfunktion.	235
6.3	Eigenschaften und Anwendungen	236
6.3.1	Bedeutung der Parameter	236
6.3.2	Relevanz für die Zinsrechnung	239
6.3.3	Grenzen der Modellierung	241

6.3.4	Fachdidaktische Aspekte	244
6.4	Gleichungen und Umkehrfunktion	245
6.4.1	Definition des Logarithmus	246
6.4.2	Umkehr Eigenschaft	246
6.4.3	Rechengesetze	249
6.4.4	Berechnung des Logarithmus	250
6.4.5	Logarithmische Skala.	252
6.5	Check-out.	255
6.6	Übungsaufgaben.	256
7	Trigonometrische Funktionen und Gleichungen	259
7.1	Check-in.	259
7.2	Zugänge zu trigonometrischen Funktionen	261
7.2.1	Definition trigonometrischer Funktionen am Dreieck	262
7.2.2	Definition trigonometrischer Funktionen am Einheitskreis.	266
7.2.3	Definition trigonometrischer Funktionen.	268
7.3	Allgemeine periodische Funktionen	273
7.3.1	Definition	274
7.3.2	Ruhelage und Amplitude	275
7.3.3	Phasenverschiebung	277
7.4	Eigenschaften und Anwendungen	280
7.4.1	Überblick über die wichtigsten Eigenschaften	280
7.4.2	Transformationen trigonometrischer Funktionen	281
7.5	Gleichungen und Umkehrfunktionen.	292
7.6	Check-out.	297
7.7	Übungsaufgaben.	298
8	Vernetzung	303
8.1	Check-in.	303
8.2	Funktionstypen im Überblick	305
8.2.1	Die Transformationen Strecken, Stauchen und Verschieben	305
8.2.2	Die „Superform“ der symbolischen Darstellung	306
8.3	Der Funktionenbaukasten – Funktionen miteinander verknüpfen.	313
8.3.1	Abschnittweises Definieren von Funktionen	314
8.3.2	Verknüpfen von Funktionen durch Operationen	315
8.3.3	Verkettung von Funktionen	316
8.4	Modellieren mit Funktionen	318
8.5	Vernetzung zentraler Aspekte der Algebra.	329
8.5.1	Strukturen untersuchen und herstellen.	329
8.5.2	Gleichungen funktional denken.	332
8.5.3	Komplexere Gleichungen.	333

Inhaltsverzeichnis	XIII
8.6 Check-out.	337
8.7 Übungsaufgaben.	338
Bisher erschienene Bände der Reihe Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II.	351
Literatur.	353
Stichwortverzeichnis.	361