

# Inhaltsverzeichnis

<b>Warum hilft dir dieses Buch?</b>	<b>v</b>
<b>Grundlagen und Rechnen</b>	<b>1</b>
Was sind natürliche Zahlen? . . . . .	2
Wie funktioniert Addition? . . . . .	3
Wie funktioniert Subtraktion? . . . . .	4
Übersicht: Addition und Subtraktion . . . . .	5
Wie funktioniert Multiplikation? . . . . .	6
In welcher Reihenfolge addierst und multiplizierst du? . . . . .	7
Wie rechnest du mit Klammern? . . . . .	8
Wann kannst du eine Klammer einfach weglassen? . . . . .	9
Wie hilft dir das Distributivgesetz, Klammern loszuwerden? . . . . .	10
Warum ist Minus mal Minus gleich Plus? . . . . .	11
Übersicht: Verbindung von Addition und Multiplikation . . . . .	12
Wozu brauchst du die Division? . . . . .	13
Warum kannst du nicht durch Null dividieren? . . . . .	14
Wozu brauchst du Brüche (rationale Zahlen)? . . . . .	15
Wie erweiterst und kürzt du Brüche? . . . . .	16
Wie addierst und subtrahierst du Brüche? . . . . .	17
Wie bringst du Brüche auf den gleichen Nenner? . . . . .	18
Wie multiplizierst und dividierst du Brüche? . . . . .	19
Übersicht: Multiplikation und Division . . . . .	20
Übersicht: Bruchrechnung . . . . .	21
Was sind Dezimalzahlen? . . . . .	22
Warum reichen die Bruchzahlen nicht? . . . . .	23
Was sind Unbekannte und Variablen? . . . . .	24
Wie multiplizierst du Terme aus? . . . . .	25
Wie kannst du Gleichungen umformen? . . . . .	26
<b>Potenzen, Wurzeln, Logarithmen</b>	<b>27</b>
Wozu brauchst du Potenzen? . . . . .	28
Was bedeuten negative Exponenten? . . . . .	29

Wie quadriert man Klammern? . . . . .	30
Wozu brauchst du die Wurzel und wie rechnest du damit? . . . . .	31
Was ist der Betrag einer Zahl? . . . . .	32
Wozu brauchst du Logarithmen? . . . . .	33
Was ist ein Logarithmus zu einer anderen Basis als 10? . . . . .	34
Was bedeutet es, dass man Logarithmus als $\log$ schreibt? . . . . .	35
Wie rechnest du mit Logarithmen? . . . . .	36
Warum gibt es bei Potenzen zwei Umkehrungen? . . . . .	37
Übersicht: Potenzen, Wurzeln, Logarithmen . . . . .	38
<b>Etwas Aussagenlogik und Mengenlehre</b>	<b>39</b>
Wie rechnest du mit „wahr“ und „falsch“? . . . . .	40
Was bedeutet „aus A folgt B“? . . . . .	41
Was bedeutet „notwendig“ und „hinreichend“? . . . . .	42
Was bedeutet „genau dann, wenn“? . . . . .	43
Was ist eine Menge? . . . . .	44
Wie rechnet man mit Mengen? . . . . .	45
Was sind Intervalle? . . . . .	46
Welche Beweisarten gibt es? . . . . .	47
<b>Auflösen von Gleichungen nach Unbekannten</b>	<b>49</b>
Wie formst du Gleichungen mit Äquivalenzumformungen um? . . . . .	50
Was sind typische Äquivalenzumformungen? . . . . .	51
Wo musst du beim Gleichungsumformen aufpassen? . . . . .	52
Wie erkennst du den Typ einer Gleichung? . . . . .	53
Wie löst du eine lineare Gleichung? . . . . .	54
Wie löst du eine quadratische Gleichung? . . . . .	55
Wie geht die quadratische Ergänzung allgemein? . . . . .	56
Wie löst du Gleichungen höheren Grades? . . . . .	57
Wie löst du Exponentialgleichungen? . . . . .	58
Wie bestimmst du die Lösungsmenge einer Betragsgleichung? . . . . .	59
Wie bestimmst du die Lösungsmenge einer Ungleichung? . . . . .	60
Wie löst du ein lineares Gleichungssystems? . . . . .	61
<b>Etwas Geometrie</b>	<b>63</b>
Warum ist die Winkelsumme im Dreieck $180^\circ$ ? . . . . .	64
Was sind ähnliche Dreiecke? . . . . .	65
Wo hilft dir der Satz des Pythagoras? . . . . .	66
Wodurch ist die Form eines rechtwinkligen Dreiecks bestimmt? . . . . .	67

Wie berechnest du die Längen eines rechtwinkligen Dreiecks? . . . . .	68
Wie ist der Sinus definiert und wie berechnest du ihn? . . . . .	69
Wie berechnest du $\sin(30^\circ)$ und $\sin(60^\circ)$ ? . . . . .	70
Was sind Kosinus und Tangens? . . . . .	71
Wo findest du Sinus und Kosinus am Einheitskreis? . . . . .	72
Wo helfen dir der Kosinussatz und der Sinussatz? . . . . .	73
Was hat Fläche mit Multiplizieren zu tun? . . . . .	74
Wie kannst du dir die binomischen Formeln mit Flächen merken? .	75
Wie berechnest du ein Volumen? . . . . .	76
Was haben Potenzen mit Dimensionen zu tun? . . . . .	77
Was ist $\pi$ und wozu brauchst du diese Zahl? . . . . .	78
Was ist Radian und wieso ist diese Einheit praktisch? . . . . .	79
Wie berechnest du die Fläche eines Kreises? . . . . .	80
Wozu brauchst du ein Koordinatensystem? . . . . .	81
<b>Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben</b>	<b>83</b>
Was hat Mathematik mit der Wirklichkeit zu tun? . . . . .	84
Wie löst du Sachaufgaben? . . . . .	85
Wie übersetzt du ein Problem in die Mathematik? . . . . .	86
Wie löst du das Problem in der Mathematik? . . . . .	87
Wie übersetzt du die Lösung zurück in die Realität? . . . . .	88
Wofür hilft der Dreisatz? . . . . .	89
Wie geht Prozent- und Zinsrechnung? . . . . .	90
Wie geht Zinseszinsrechnung? . . . . .	91
Wieso sind Einheiten wichtig? . . . . .	92
Wie kannst du mit Einheiten Formeln überprüfen? . . . . .	93
<b>Funktionen</b>	<b>95</b>
Was ist eine Funktion? . . . . .	96
Wie kannst du eine Funktion darstellen? . . . . .	97
Wie kommst du von einer linearen Funktion zur Geraden? . . . .	98
Was ist die Steigung einer Geraden und das Steigungsdreieck? .	99
Wie kommst du noch von einer linearen Funktion zur Geraden? .	100
Wie kommst du von einer Geraden zu ihrer Gleichung? . . . . .	101
Wie stellst du die Achsenabschnittsform einer Geraden auf? .	102
Wie lautet die Gleichung der Normalparabel? . . . . .	103
Wie kommst du von einer quadratischen Funktion zur Parabel? .	104
Wie stellst du fest, ob eine Funktion symmetrisch ist? . . . . .	105

Wie verschiebst du Funktionen? . . . . .	106
Wie streckst du Funktionen in y-Richtung? . . . . .	107
Wie streckst du Funktionen in x-Richtung? . . . . .	108
Wie spiegelst du Funktionen an der Winkelhalbierenden? . . . .	109
Wann stehen zwei Geraden aufeinander senkrecht? . . . . .	110
Wie sehen Potenzfunktionen aus? . . . . .	111
Was ist ein Polynom? . . . . .	112
Wie findest du Nullstellen von Polynomen? . . . . .	113
Was sind mehrfache Nullstellen? . . . . .	114
Was sind gebrochenrationale Funktionen? . . . . .	115
Wie geht Polynomdivision? . . . . .	116
Wie geht Polynomdivision mit Rest? . . . . .	117
Wie sehen Exponentialfunktionen aus? . . . . .	118
Wie sehen Logarithmusfunktionen aus? . . . . .	119
<b>Folgen und Grenzwerte</b>	<b>121</b>
Wozu benutzt man Indizes? . . . . .	122
Wie rechnet man mit einem Summenzeichen? . . . . .	123
Wie geht die binomische Formel für höhere Potenzen? . . . .	124
Was ist eine Folge? . . . . .	125
Wie beweist du eine Aussage für alle natürlichen Zahlen? . . . .	126
Was bedeutet es, dass eine Folge gegen null konvergiert? . . . .	127
Wie prüfst du, dass eine Folge gegen null konvergiert? . . . .	128
Was bedeutet es, dass eine Folge konvergiert? . . . . .	129
Was bedeutet es, dass eine Folge divergiert? . . . . .	130
Wie stellst du fest, ob eine Folge konvergiert? . . . . .	131
Warum konvergieren monotone und beschränkte Folgen? . .	132
Was ist eine Reihe und wann konvergiert sie? . . . . .	133
Wie bestimmst du den Wert einer geometrischen Reihe? . . . .	134
Wie kannst du die Konvergenz einer Reihe bestimmen? . . . .	135
Was sind Grenzwerte von Funktionen? . . . . .	136
Wie berechnest du einfache Grenzwerte? . . . . .	137
Was bedeutet es anschaulich, dass eine Funktion stetig ist? . .	138
Was bedeutet es mathematisch, wenn eine Funktion stetig ist? .	139
Was bedeutet es, wenn eine Funktion stetig fortsetzbar ist? .	140
Wie stellst du fest, ob eine Funktion stetig ist? . . . . .	141
Wie prüfst du eine stückweise definierte Funktion auf Stetigkeit? .	142

<b>Differenzialrechnung</b>	<b>143</b>
Wie bestimmst du die Steigung einer Tangente? . . . . .	144
Was bedeutet die Ableitung? . . . . .	145
Wann ist eine Funktion differenzierbar? . . . . .	146
Wie leitest du Potenzfunktionen ab? . . . . .	147
Wie leitest du zusammengesetzte Funktionen ab? . . . . .	148
Wie groß ist die Steigung der Exponentialfunktion bei $x = 0$ ? .	149
Was ist an der Exponentialfunktion mit $f'(0) = 1$ besonders? .	150
Wie kann man die e-Funktion noch schreiben? . . . . .	151
Inwiefern ist die Ableitung eine Linearisierung? . . . . .	152
Wie nutzt du, dass die Ableitung die Linearisierung ist? . . . . .	153
Wie leitest du ein Produkt ab? . . . . .	154
Wie leitest du einen Quotienten ab? . . . . .	155
Was ist eine verkettete Funktion? . . . . .	156
Wie bestimmst du die Ableitung einer verketteten Funktion? .	157
Wie leitest du Exponentialfunktionen ab? . . . . .	158
Wie bestimmst du die Ableitung der Umkehrfunktion? . . . . .	159
Wie bestimmst du konkret die Ableitung der Umkehrfunktion? .	160
Übersicht: Funktionen und ihre Ableitungen . . . . .	161
Wie bestimmst du Kandidaten für Minima und Maxima? . . . . .	162
Wie bestimmst du, ob ein Minimum oder Maximum vorliegt? .	163
Was sagt die zweite Ableitung aus? . . . . .	164
Was sind Wendepunkte und wie bestimmst du sie? . . . . .	165
Übersicht: Bestimmung von Extremwerten und Wendepunkten	166
Übersicht: Wie hängen die Graphen von $f$ und $f'$ zusammen? .	167
Wie löst du Extremwertaufgaben (I)? . . . . .	168
Wie löst du Extremwertaufgaben (II)? . . . . .	169
Wie machst du eine Kurvendiskussion? . . . . .	170
Übersicht: Kurvendiskussion . . . . .	171
<b>Integralrechnung</b>	<b>173</b>
Wie kannst du Flächen mit unendlichen Summen berechnen? .	174
Was ist ein bestimmtes Integral? . . . . .	175
Was ist ein unbestimmtes Integral? . . . . .	176
Was ist eine Stammfunktion? . . . . .	177
Was sagt der Hauptsatz aus? . . . . .	178
Warum gilt der Hauptsatz? . . . . .	179
Wie berechnest du Stammfunktionen? . . . . .	180

Wie kannst du Flächen mit Stammfunktionen berechnen? . . . . .	181
Wie bestimmst du Integrale mit partieller Integration? (I) . . . . .	182
Wie bestimmst du Integrale mit partieller Integration? (II) . . . . .	183
Wie bestimmst du Integrale mit Substitution? (I) . . . . .	184
Wie bestimmst du Integrale mit Substitution? (II) . . . . .	185
Wie berechnest du die Fläche eines Kreises? . . . . .	186
Wann ist eine Funktion integrierbar? . . . . .	187
Wann ist eine Funktion uneigentlich integrierbar? . . . . .	188
Übersicht: Funktionen und ihre Stammfunktionen . . . . .	189
<b>Wie geht's weiter? – Ausblick</b>	<b>191</b>
Wozu braucht man komplexe Zahlen? . . . . .	192
Wie rechnest du mit komplexen Zahlen? . . . . .	193
Wie kannst du komplexe Zahlen in der Ebene darstellen? . . . . .	194
Wie kannst du komplexe Zahlen multiplizieren? . . . . .	195
Warum sind die komplexen Zahlen so wichtig? . . . . .	196
Wie kannst du Funktionen durch eine Reihe darstellen? . . . . .	197
Wie berechnest du Taylorreihen konkret? . . . . .	198
Wie hängt $e^{ix}$ mit $\sin(x)$ und $\cos(x)$ zusammen? . . . . .	199
Wie kannst du $e^{i\pi} + 1 = 0$ geometrisch verstehen? . . . . .	200
<b>Übersicht der Übersichten</b>	<b>201</b>
<b>Wenn du Begriffe oder Symbole suchst, schau hier!</b>	<b>203</b>