

1	Einleitung	1
1.1	Motivation und Forschungsinteresse	1
1.2	Aufbau der Arbeit	3
2	Theoretischer Hintergrund zum Argumentieren	7
2.1	Überblick zu Definitionen und Sichtweisen zum Argumentieren	8
2.1.1	Rhetorisch-kommunikative Sichtweise	11
2.1.2	Analytisch-strukturelle Sichtweise	13
2.1.3	Entwicklungspsychologische Sichtweise	25
2.2	Relevante Aspekte des mathematischen Argumentierens	28
2.2.1	Argumentieren als Lernziel und Verstehensgrundlage	30
2.2.2	Argumentieren im Kontext des Begründens und Beweisens	36
2.2.3	Argumentationsprozess und Argumentationsprodukt	43
2.2.4	Mündliches und schriftliches Argumentieren	46
2.2.5	Argumentationsanlässe schaffen	49
2.2.6	Argumentationen analysieren	52
2.3	Eigene Positionierung und Begriffsbestimmung	58
3	Das Begabungspotenzial im Alter der Primar- und unteren Sekundarstufe	61
3.1	Theoretische Ansätze zur Beschreibung von Begabung	62
3.1.1	Positionen und Definitionen	62
3.1.2	Begabung im Kontext von Intelligenztheorien	67
3.1.3	Mehrdimensionale Begabungsmodelle	70
3.2	Mathematische Begabung	75

XV

3.2.1	Kennzeichnung mathematischer Begabung	77
3.2.2	Merkmale mathematischer Begabung	84
3.2.3	Förderung mathematischer Begabung	88
3.3	Eigene Positionierung und Begriffsbestimmung	91
4	Herleitung des Forschungsdesiderates	95
4.1	Zusammenfassung des Forschungsstandes	95
4.2	Mathematisches Argumentieren im Kontext von mathematischer Begabung	98
4.3	Ableitung der Forschungsfragen	101
5	Methodisches Vorgehen	103
5.1	Konzeption und Durchführung der Studie	103
5.2	Das Enrichmentprogramm „Junge Mathe-Adler Frankfurt“	106
5.2.1	Ziele	107
5.2.2	Organisation und Förderung	107
5.2.3	Diagnostik	110
5.2.4	Charakteristika der Stichprobe	112
5.3	Die Indikatoraufgaben	113
5.4	Die Interviews	117
5.4.1	Charakterisierung der Interviews	117
5.4.2	Aufgabenformate der Interviews	118
5.4.3	Aufbau der Interviews hinsichtlich Argumentationen	124
5.4.4	Der Interviewleitfaden	126
5.4.5	Die Interviewerhebung	126
5.4.6	Transkription	130
5.5	Pilotierung	132
5.5.1	Konzeption und Zielsetzung	132
5.5.2	Ablauf und Stichprobe	132
5.5.3	Ergebnisse der Pilotstudie	133
5.6	Entwicklung und Operationalisierung eines Analyseschemas	136
5.6.1	Dimensionen und Kategorien des Analyseschemas	139
5.6.2	Zusammenfassung und Festlegung des Kodierschemas	145
5.6.3	Beispielanalysen	147
5.6.4	Übertragbarkeit auf schriftliche Argumentationsprodukte	151
5.6.5	Bewertende Überlegungen	156
5.7	Auswertungsschema	159
5.8	Gütekriterien	161

5.8.1	Objektivität, Neutralität, kontrollierte Subjektivität	162
5.8.2	Reliabilität, Verlässlichkeit	163
5.8.3	Validität, Glaubwürdigkeit, Gültigkeit	164
5.8.4	Ethische Grundprinzipien	165
5.9	Eingrenzung der Fragestellung	165
5.9.1	Das Enrichmentprogramm „Junge Mathe-Adler Frankfurt“	165
5.9.2	Mündliche Argumentationsprodukte	166
5.9.3	Arithmetik	166
6	Ergebnisse	167
6.1	Die quantitative Inhaltsanalyse zur Übersicht der Daten	168
6.1.1	Quantitative Inhaltsanalyse in der Kategorie Struktur	169
6.1.2	Quantitative Inhaltsanalyse in der Kategorie Inhalt	171
6.1.3	Quantitative Inhaltsanalyse in der Kategorie Gültigkeit	173
6.1.4	Quantitative Inhaltsanalyse in der Kategorie Schlussweise	175
6.1.5	Quantitative Inhaltsanalyse in der Kategorie Eigenständigkeit	176
6.2	Variabilität und Stabilität der Charakteristika der Argumentationsprodukte auf individueller Ebene	177
6.2.1	Veränderung der Argumentationsprodukte in der Kategorie Struktur	178
6.2.2	Veränderung der Argumentationsprodukte in der Kategorie Inhalt	180
6.2.3	Veränderung der Argumentationsprodukte in der Kategorie Gültigkeit	184
6.2.4	Veränderung der Argumentationsprodukte in der Kategorie Schlussweise	186
6.2.5	Veränderung der Argumentationsprodukte in der Kategorie Eigenständigkeit	187
6.2.6	Die Gruppen im Vergleich	189
6.3	Typenbildung	193
6.4	Bewertende Einordnung der Typen	212
6.5	Prognosen zu Veränderungen	216
6.6	Aussagen zum Zusammenhang mit den mathematikspezifischen Begabungsmerkmalen	219

7 Diskussion	229
7.1 Beantwortung der Forschungsfragen	229
7.1.1 Forschungsfrage zur Analyse von Argumentationsprodukten:	229
7.1.2 Forschungsfragen zu Veränderungen der Argumentationsprodukte:	231
7.1.3 Forschungsfrage zum Zusammenhang von individuellen begabungsspezifischen Merkmalen und Argumentationsprodukten:	235
7.2 Einordnung der Ergebnisse in den Forschungsstand	237
7.3 Konsequenzen für die Förderung potenziell begabter Kinder	239
7.4 Einschränkungen	240
8 Zusammenfassung und Ausblick	243
Literaturverzeichnis	247