

Inhaltsverzeichnis

1	Die Maxwell'schen Gleichungen	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Der Begriff der Ladung und das Coulomb'sche Gesetz	2
1.3	Die elektrische Feldstärke E und die dielektrische Verschiebung D	5
1.4	Der elektrische Fluss	6
1.5	Die Divergenz eines Vektorfeldes und der Gauß'sche Integralsatz	9
1.6	Arbeit im elektrischen Feld	13
1.7	Die Rotation eines Vektorfeldes und der Stokes'sche Integralsatz	16
1.8	Potential und Spannung	22
1.9	Elektrischer Strom und Magnetfeld: das Durchflutungsgesetz	26
1.10	Das Prinzip der Ladungserhaltung und die 1. Maxwell'sche Gleichung	31
1.11	Das Induktionsgesetz	35
1.12	Die Maxwell'schen Gleichungen	37
1.13	Das Maßsystem	41
2	Die Grundlagen der Elektrostatik	49
2.1	Grundlegende Beziehungen	49
2.2	Feldstärke und Potential für gegebene Ladungsverteilungen	51
2.3	Spezielle Ladungsverteilungen	54
2.3.1	Eindimensionale, ebene Ladungsverteilungen	54
2.3.2	Kugelsymmetrische Verteilungen	54
2.3.3	Zylindersymmetrische Verteilungen	58
2.4	Das Feld von zwei Punktladungen	61
2.5	Ideale Dipole	67
2.5.1	Der ideale Dipol und sein Potential	67
2.5.2	Volumenverteilungen von Dipolen	70
2.5.3	Flächenverteilungen von Dipolen (Doppelschichten)	72
2.5.4	Liniendipole	78
2.6	Das Verhalten eines Leiters im elektrischen Feld	81
2.6.1	Metallkugel im Feld einer Punktladung	83

2.6.2	Metallkugel im homogenen elektrischen Feld	86
2.6.3	Metallzylinder im Feld einer Linienladung	89
2.7	Der Kondensator	90
2.8	\mathbf{E} und \mathbf{D} im Dielektrikum	93
2.9	Der Kondensator mit Dielektrikum	98
2.10	Randbedingungen für \mathbf{E} und \mathbf{D} und die Brechung von Kraftlinien	99
2.11	Die Punktladung in einem Dielektrikum	103
2.11.1	Homogenes Dielektrikum	103
2.11.2	Ebene Grenzfläche zwischen zwei Dielektrika	104
2.12	Dielektrische Kugel im homogenen elektrischen Feld	107
2.12.1	Das Feld einer homogen polarisierten Kugel	107
2.12.2	Äußeres homogenes Feld als Ursache der Polarisierung	110
2.12.3	Dielektrische Kugel (ϵ_i) und dielektrischer Außenraum (ϵ_a)	111
2.12.4	Verallgemeinerung: Ellipsoide	114
2.13	Der Polarisationsstrom	116
2.14	Der Energiesatz	117
2.14.1	Der Energiesatz in allgemeiner Formulierung	117
2.14.2	Die elektrostatische Energie	121
2.15	Kräfte im elektrischen Feld	124
2.15.1	Kräfte auf die Platten eines Kondensators	124
2.15.2	Kondensator mit zwei Dielektrika	125
3	Die formalen Methoden der Elektrostatik	129
3.1	Koordinatentransformation	130
3.2	Vektoranalysis für krummlinige, orthogonale Koordinaten	134
3.2.1	Der Gradient	134
3.2.2	Die Divergenz	134
3.2.3	Der Laplace-Operator	135
3.2.4	Die Rotation	136
3.3	Einige wichtige Koordinatensysteme	137
3.3.1	Kartesische Koordinaten	138
3.3.2	Zylinderkoordinaten	138
3.3.3	Kugelkoordinaten	139
3.4	Einige Eigenschaften der Poisson'schen und der Laplace'schen Gleichung (Potentialtheorie)	141
3.4.1	Die Problemstellung	141
3.4.2	Die Green'schen Sätze	141
3.4.3	Der Eindeutigkeitsbeweis	143
3.4.4	Modelle	145
3.4.5	Die Dirac'sche δ -Funktion	145
3.4.6	Punktladung und δ -Funktion	149
3.4.7	Das Potential in einem begrenzten Gebiet	150

3.5	Separation der Laplace'schen Gleichung in kartesischen Koordinaten . . .	153
3.5.1	Die Separation	153
3.5.2	Beispiele	156
3.6	Vollständige orthogonale Systeme von Funktionen	176
3.7	Separation der Laplace'schen Gleichung in Zylinderkoordinaten	183
3.7.1	Die Separation	183
3.7.2	Einige Eigenschaften von Zylinderfunktionen	186
3.7.3	Beispiele	190
3.8	Separation der Laplace'schen Gleichung in Kugelkoordinaten	210
3.8.1	Die Separation	210
3.8.2	Beispiele	215
3.9	Vielleitersysteme	223
3.10	Ebene elektrostatische Probleme und die Stromfunktion	228
3.11	Analytische Funktionen und konforme Abbildungen	232
3.12	Das komplexe Potential	241
4	Das stationäre Strömungsfeld	259
4.1	Die grundlegenden Gleichungen	259
4.2	Die Relaxationszeit	263
4.3	Die Randbedingungen	264
4.4	Die formale Analogie zwischen \mathbf{D} und \mathbf{g}	270
4.5	Einige Strömungsfelder	271
4.5.1	Die punktförmige Quelle im Raum	271
4.5.2	Linienquellen	274
4.5.3	Ein gemischtes Randwertproblem	275
5	Die Grundlagen der Magnetostatik	283
5.1	Grundgleichungen	283
5.2	Einige Magnetfelder	294
5.2.1	Das Feld eines geradlinigen, konzentrierten Stromes	294
5.2.2	Das Feld rotationssymmetrischer Stromverteilungen in zylindrischen Leitern	301
5.2.3	Das Feld einfacher Spulen	302
5.2.4	Das Feld eines Kreisstromes und der magnetische Dipol	305
5.2.5	Das Feld einer beliebigen Stromschleife	312
5.2.6	Das Feld ebener Leiterschleifen in der Schleifenebene	315
5.3	Der Begriff der Magnetisierung	317
5.4	Kraftwirkungen auf Dipole in Magnetfeldern	323
5.5	\mathbf{B} und \mathbf{H} in magnetisierbaren Medien	325
5.6	Der Ferromagnetismus	332
5.7	Randbedingungen für \mathbf{B} und \mathbf{H} und die Brechung magnetischer Kraftlinien	338

5.8	Platte, Kugel und Hohlkugel im homogenen Magnetfeld	341
5.8.1	Die ebene Platte	341
5.8.2	Die Kugel	343
5.8.3	Die Hohlkugel	345
5.9	Spiegelung an der Ebene	347
5.10	Ebene Probleme	355
5.11	Zylindrische Randwertprobleme	356
5.11.1	Separation	356
5.11.2	Die Struktur rotationssymmetrischer Magnetfelder	358
5.11.3	Beispiele	361
5.12	Magnetische Energie, magnetischer Fluss und Induktivitätskoeffizienten	370
5.12.1	Die magnetische Energie	370
5.12.2	Der magnetische Fluss	375
6	Zeitabhängige Probleme I (Quasistationäre Näherung)	379
6.1	Das Induktionsgesetz	379
6.1.1	Induktion durch zeitliche Veränderung von \mathbf{B}	379
6.1.2	Induktion durch Bewegung des Leiters	380
6.1.3	Induktion durch gleichzeitige Änderung von \mathbf{B} und Bewegung des Leiters	383
6.1.4	Die Unipolarmaschine	386
6.1.5	Der Versuch von Hering	387
6.2	Die Diffusion von elektromagnetischen Feldern	389
6.2.1	Die Gleichungen für \mathbf{E} , \mathbf{g} , \mathbf{B} und \mathbf{A}	389
6.2.2	Der physikalische Inhalt der Gleichungen	391
6.2.3	Abschätzungen und Ähnlichkeitsgesetze	395
6.3	Die Laplace-Transformation	398
6.4	Felddiffusion im beiderseits unendlichen Raum	403
6.5	Felddiffusion im Halbraum	408
6.5.1	Allgemeine Lösung	408
6.5.2	Die Diffusion des Feldes von der Oberfläche ins Innere des Halbraumes (Einfluss der Randbedingung)	410
6.5.3	Die Diffusion des Anfangsfeldes im Halbraum (Einfluss der Anfangsbedingung)	414
6.5.4	Periodisches Feld und Skineffekt	416
6.6	Felddiffusion in der ebenen Platte	421
6.6.1	Allgemeine Lösung	421
6.6.2	Die Diffusion des Anfangsfeldes (Einfluss der Anfangsbedingung)	423
6.6.3	Der Einfluss der Randbedingungen	426
6.7	Das zylindrische Diffusionsproblem	431
6.7.1	Die Grundgleichungen	431
6.7.2	Das longitudinale Feld B_z	433

6.7.3	Das azimutale Feld B_φ	437
6.7.4	Der Skineffekt im zylindrischen Draht	441
6.8	Grenzen der quasistationären Theorie	445
7	Zeitabhängige Probleme II (Elektromagnetische Wellen)	447
7.1	Die Wellengleichungen und ihre einfachsten Lösungen	447
7.1.1	Die Wellengleichungen	447
7.1.2	Der einfachste Fall: Ebene Wellen im Isolator	449
7.1.3	Harmonische ebene Wellen	455
7.1.4	Elliptische Polarisaton	459
7.1.5	Stehende Wellen	460
7.1.6	TE- und TM-Wellen	461
7.1.7	Energiedichte in und Energietransport durch Wellen	465
7.2	Ebene Wellen in einem leitfähigen Medium	467
7.2.1	Wellengleichungen und Dispersionsbeziehung	467
7.2.2	Der Vorgang ist harmonisch im Raum	469
7.2.3	Der Vorgang ist harmonisch in der Zeit	471
7.3	Reflexion und Brechung von Wellen	476
7.3.1	Reflexion und Brechung bei Isolatoren	476
7.3.2	Die Fresnel'schen Beziehungen für Isolatoren	478
7.3.3	Nichtmagnetische Medien	482
7.3.4	Totalreflexion	485
7.3.5	Reflexion an einem leitfähigen Medium	487
7.4	Die Potentiale und ihre Wellengleichungen	488
7.4.1	Die inhomogenen Wellengleichungen für \mathbf{A} und φ	488
7.4.2	Die Lösung der inhomogenen Wellengleichungen (Retardierung)	492
7.4.3	Der elektrische Hertz'sche Vektor	494
7.4.4	Vektorpotential für \mathbf{D} und magnetischer Hertz'scher Vektor	495
7.4.5	Hertz'sche Vektoren und Dipolmomente	497
7.4.6	Potentiale für homogene leitfähige Medien ohne Raumladungen	500
7.5	Der Hertz'sche Dipol	503
7.5.1	Die Felder des schwingenden Dipols	503
7.5.2	Das Fernfeld und die Strahlungsleistung	508
7.6	Die Rahmenantenne	512
7.7	Wellen in zylindrischen Hohlleitern	515
7.7.1	Grundgleichungen	515
7.7.2	TM-Wellen	518
7.7.3	TE-Wellen	519
7.7.4	TEM-Wellen	520
7.8	Der Rechteckhohlleiter	523
7.8.1	Die Separation	523
7.8.2	TM-Wellen im Rechteckhohlleiter	524

7.8.3	TE-Wellen im Rechteckhohlleiter	527
7.8.4	TEM-Wellen	528
7.9	Rechteckige Hohlraumresonatoren	530
7.10	Der kreiszylindrische Hohlleiter	534
7.10.1	Die Separation	534
7.10.2	TM-Wellen im kreiszylindrischen Hohlleiter	535
7.10.3	TE-Wellen im kreiszylindrischen Hohlleiter	537
7.10.4	Das Koaxialkabel	539
7.10.5	Die Telegraphengleichung	541
7.11	Das Problem des Hohlleiters als Variationsproblem	543
7.12	Rand- und Anfangswertprobleme	546
7.12.1	Das Anfangswertproblem des unendlichen, homogenen Raumes	547
7.12.2	Das Randwertproblem des Halbraumes	551
8	Formulierung der Elektrodynamik mit Differentialformen	555
8.1	Einleitung	555
8.2	Definition und Eigenschaften von Differentialformen	556
8.2.1	Kovektoren und Pfaff'sche Formen	557
8.2.2	Das Differential einer skalaren Funktion	558
8.2.3	Die Basisdarstellung Pfaff'scher Formen	559
8.2.4	Multikovektoren und Differentialformen	560
8.2.5	Die Basisdarstellung von Differentialformen	563
8.2.6	Äußeres Produkt von Differentialformen	566
8.2.7	Darstellung der elektromagnetischen Felder und Potentiale mit Differentialformen	568
8.2.8	Das Verhalten von Differentialformen unter Abbildungen von Gebieten	569
8.2.9	Der Spuroperator für Differentialformen	573
8.3	Die Differentiation von Differentialformen	575
8.3.1	Definition und Eigenschaften der äußeren Ableitung	576
8.3.2	Gradient, Rotation und Divergenz als äußere Ableitung	577
8.3.3	Rechenregeln der Vektoranalysis	579
8.3.4	Die Maxwell'schen Gleichungen mit Differentialformen	579
8.4	Die Integration von Differentialformen	581
8.4.1	Definition und Eigenschaften des Integrals	582
8.4.2	Zusammenhang mit den Integralen der Vektoranalysis	585
8.4.3	Stromformen nach de Rham	587
8.4.4	Der allgemeine Integralsatz von Stokes	587
8.4.5	Zusammenhang mit den Integralsätzen der Vektoranalysis	588
8.4.6	Die integrale Form der Maxwell'schen Gleichungen	589

8.5	Metrik und Hodge-Operator	590
8.5.1	Der metrische Tensor	590
8.5.2	Volumenbestimmung	591
8.5.3	Der Orientierungsbegriff	592
8.5.4	Definition und Eigenschaften des Hodge-Operators	594
8.5.5	Die Basisdarstellung des Hodge-Operators	596
8.5.6	Die Materialgleichungen mit Differentialformen	597
8.5.7	Das Tonti-Diagramm der Elektrodynamik	598
8.5.8	Kodifferentialoperator und Hodge-Laplace-Operator	600
8.6	Zwei Beispiele	601
8.6.1	Spiegelung an der Ebene	602
8.6.2	Spiegelung an der Kugel	603
8.7	Über die Existenz von Potentialen	605
8.7.1	Zusammenhang mit der Topologie des Grundgebietes	606
8.7.2	Das Lemma von Poincaré	607
8.7.3	Der de Rham-Komplex	610
8.7.4	Gegenbeispiele für nicht kontrahierbare Gebiete	612
8.7.5	Homologie- und Kohomologiegruppen	613
8.8	Elektrodynamik mit Differentialformen in vier Dimensionen	617
8.8.1	Vierergrößen	618
8.8.2	Äußere Ableitung und Maxwell'sche Gleichungen	619
8.8.3	Hodge-Operator und Materialgleichungen	620
8.8.4	Die Lorentz-Invarianz der Elektrodynamik	623
8.8.5	Inhomogene Wellengleichungen und Hertz'sches Potential	624
9	Numerische Methoden	629
9.1	Einleitung	629
9.2	Potentialtheoretische Grundlagen	630
9.2.1	Randwertprobleme und Integralgleichungen	630
9.2.2	Beispiele	634
9.2.3	Die Mittelwertsätze der Potentialtheorie	639
9.3	Randwertprobleme als Variationsprobleme	641
9.3.1	Variationsintegrale und Euler'sche Gleichungen	641
9.3.2	Beispiele	645
9.4	Die Methode der gewichteten Residuen	655
9.4.1	Die Kollokationsmethode	656
9.4.2	Die Methode der Teilgebiete	658
9.4.3	Die Momentenmethode	659
9.4.4	Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate	660
9.4.5	Die Galerkin-Methode	660
9.5	Random-Walk-Prozesse	664

9.6	Die Methode der finiten Differenzen	669
9.6.1	Die grundlegenden Beziehungen	669
9.6.2	Ein Beispiel	674
9.7	Die Methode der finiten Elemente	679
9.8	Die Methode der Randlelemente	688
9.9	Ersatzladungsmethoden	694
9.10	Die Monte-Carlo-Methode	696
10	Anhang	701
10.1	Elektromagnetische Feldtheorie und Photonenruhmasse	701
10.1.1	Einleitung	701
10.1.2	Beispiele	707
10.1.3	Messungen und Schlussfolgerungen	715
10.2	Magnetische Monopole und Maxwell'sche Gleichungen	718
10.2.1	Einleitung	718
10.2.2	Duale Transformationen	719
10.2.3	Eigenschaften von magnetischen Monopolen	723
10.2.4	Die Suche nach magnetischen Monopolen	725
10.3	Über die Bedeutung der elektromagnetischen Felder und Potentiale (Bohm-Aharonov-Effekte)	726
10.3.1	Einleitung	726
10.3.2	Die Rolle der Felder und Potentiale	729
10.3.3	Die Ehrenfest'schen Theoreme	731
10.3.4	Magnetfeld und Vektorpotential einer unendlich langen idealen Spule	732
10.3.5	Elektronenstrahlinterferenzen am Doppelspalt	733
10.3.6	Schlussfolgerungen	738
10.4	Die Liénard-Wiechert'schen Potentiale	738
10.5	Das Helmholtz'sche Theorem	742
10.5.1	Ableitung und Interpretation	742
10.5.2	Beispiele	747
10.6	Maxwell'sche Gleichungen und Relativitätstheorie	752
10.6.1	Galilei- und Lorentz-Transformation	752
10.6.2	Die Lorentz-Transformation als orthogonale Transformation	754
10.6.3	Einige Konsequenzen der Lorentz-Transformation	759
10.6.4	Die Lorentz-Transformation der Maxwell'schen Gleichungen	763
10.6.5	Vierervektoren und Vierertensoren	765
10.6.6	Einige Beispiele	776
10.6.7	Schlussbemerkung	782
10.7	Relativitätstheorie und Gravitation, die Allgemeine Relativitätstheorie	783
10.7.1	Träge und schwere Masse	783
10.7.2	Riemann'sche Geometrie	786

10.7.3 Kräfte in einem rotierenden Bezugssystem	791
10.7.4 Die Einstein'sche Feldgleichung	793
10.7.5 Die äußere Schwarzschildmetrik	795
10.7.6 Photonen in Gravitationsfeldern	809
10.7.7 Planetenbewegung und Periheldrehung	813
10.7.8 Gravitomagnetismus	815
10.7.9 Weitere Problemkreise der allgemeinen Relativitätstheorie	816
Literatur	821
Stichwortverzeichnis	825