

Inhaltsverzeichnis

1	Reelle geordnete Tupel	11
1.1	Rechnen mit reellen Tupeln	11
1.2	Visualisierungen von reellen Tupeln	14
1.3	Weitere Bemerkungen und Hinweise	15
1.4	Aufgaben	16
2	Reelle Matrizen	19
2.1	Spezielle Matrizen	21
2.2	Rechnen mit Matrizen	23
2.3	Isomorphismen und Identifikationen	33
2.4	Zum Rechnen mit Matrizen	34
2.5	Potenzen von Matrizen	44
2.6	Inverse Matrizen	46
2.7	Weitere Bemerkungen und Hinweise	48
2.8	Aufgaben	49
3	Reelle lineare Gleichungssysteme	53
3.1	GAUSS-Verfahren	56
3.2	Eine weitere Matrizenform	68
3.3	Zur Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	69
3.4	Führende und freie Variablen	70
3.5	Unter-, über- und bestimmte Systeme	70
3.6	Der Rang einer Matrix	72
3.7	Zeilen- und Spaltenbild	78
3.8	Beispiele	78
3.9	Quadratische lineare Gleichungssysteme und inverse Matrizen	82
3.10	Weitere Bemerkungen und Hinweise	83
3.11	Aufgaben	84
4	Reelle Vektorräume	89
4.1	Die Vektorraum-Definition	89
4.2	Der Vektorraum $\mathbb{R}^n$	92
4.3	Weitere Beispiele von reellen Vektorräumen	93
4.4	Untervektorräume	94
4.5	Nullräume und homogene lineare Gleichungssysteme	97
4.6	Linearkombinationen, lineare Hülle, Erzeugendensystem	100
4.7	Spaltenraum und Zeilenraum	105
4.8	Die vier Fundamentalmatrizen einer Matrix	105

4.9	Spaltenräume und lineare Gleichungssysteme	107
4.10	Lineare Unabhängigkeit und Abhängigkeit	109
4.11	Basis und Dimension	112
4.12	Koordinaten, Koordinatenvektoren und Komponenten	117
4.13	Lineare Gleichungssysteme und der Vektorraum $\mathbb{R}^n$	120
4.14	Basen und Dimensionen für die vier Fundamentalräume	123
4.15	Summe und direkte Summe von Untervektorräumen	133
4.16	Weitere Bemerkungen und Hinweise	135
4.17	Aufgaben	137
5	Lineare Abbildungen von $\mathbb{R}^n$ nach $\mathbb{R}^m$	141
5.1	Abbildungen	141
5.2	Lineare Abbildungen	142
5.3	Weitere Beispiele von linearen Abbildungen	148
5.4	Kern und Bild linearer Abbildungen	150
5.5	Verkettungen und Matrizenmultiplikationen	154
5.6	Lineare Umkehrabbildungen und inverse Matrizen	156
5.7	Weitere Verknüpfungen	158
5.8	Lineare Abbildungen und lineare Gleichungssysteme	159
5.9	Weitere Bemerkungen und Hinweise	160
5.10	Aufgaben	161
6	Der Vektorraum $\mathbb{R}^n$ mit Skalarprodukt	163
6.1	Länge, Abstand, Winkel und Projektion	165
6.2	Orthogonal- und Orthonormalbasen	171
6.3	Orthogonale Teilmengen und orthogonale Summen	176
6.4	Orthogonale Komplemente	178
6.5	Über die vier Fundamentalräume	180
6.6	Das Kreuzprodukt im $\mathbb{R}^3$	183
6.7	Weitere Bemerkungen und Hinweise	184
6.8	Aufgaben	185
7	Spezielle lineare Abbildungen von $\mathbb{R}^n$ nach $\mathbb{R}^m$	187
7.1	Transponierte Abbildungen	187
7.2	Symmetrische Abbildungen	189
7.3	Orthonormale Matrizen	191
7.4	Orthonormale Abbildungen	194
7.5	Idempotente Abbildungen	196
7.6	Projektive Abbildungen	197
7.7	Orthogonale projektive Abbildungen	200
7.8	Weitere Bemerkungen und Hinweise	209
7.9	Aufgaben	210
8	Reelle Determinanten	211
8.1	Die Determinante einer $(2, 2)$ -Matrix	211

8.2	Verallgemeinerung auf (n, n) -Matrizen	213
8.3	Determinanten, Invertierbarkeit und lineare Gleichungssysteme	217
8.4	Weitere Bemerkungen und Hinweise	219
8.5	Aufgaben	219
9	Reelle Eigenwerte und Eigenvektoren	221
9.1	Definitionen und erste Eigenschaften	221
9.2	Bestimmung von Eigenwerten und Eigenvektoren	224
9.3	Eigenräume und Basen von Eigenvektoren	228
9.4	Basen von Eigenvektoren und Diagonalisierbarkeit	232
9.5	Orthonormale Basen von Eigenvektoren	235
9.6	Orthogonale Basen von Eigenvektoren und orthogonale Eigenräume	239
9.7	Weitere Bemerkungen und Hinweise	239
9.8	Aufgaben	240
	Literaturverzeichnis	243
	Stichwortverzeichnis	245