

Inhaltsverzeichnis

1	Vektoren	17
1.1	Vektoren und Tensoren in der Physik	17
1.2	Vektorrechnung	20
1.2.1	Rechnen mit Vektoren	21
1.2.2	Abstraktion des Vektorbegriffs	23
1.2.3	Das Skalarprodukt	26
1.2.4	Das Vektorprodukt	28
1.2.5	Komponentendarstellung	30
1.2.6	Das Spatprodukt	34
1.2.7	Das doppelte Vektorprodukt	37
1.3	Differentiation	39
1.3.1	Differentiation von Vektorfunktionen	43
1.3.2	Die partielle Ableitung	46
1.4	Krummlinige Koordinaten I	50
1.4.1	Ebene Polarkoordinaten	51
1.4.2	Zylinderkoordinaten	55
1.4.3	Kugelkoordinaten	56
1.4.4	Allgemeine orthogonale Koordinatensysteme	61
1.5	Aufgaben	62

2	Datenanalyse und Fehlerrechnung*	65
2.1	Messungen und Messfehler	66
2.1.1	Die Normalverteilung	68
2.1.2	Die Lorentz-Verteilung	70
2.1.3	Statistische Maße einer Messreihe	71
2.2	Fehlerfortpflanzung	73
2.3	Ausgleichsrechnung	75
2.4	Aufgaben	78
3	Vektoranalysis I	79
3.1	Der Gradient	80
3.2	Die Divergenz	85
3.3	Die Rotation	88
3.4	Divergenz und Rotation	89
3.5	Aufgaben	91
4	Grundprobleme der Dynamik	93
4.1	Gradientenfelder und Energieerhaltung	97
4.1.1	Der schräge Wurf	98
4.1.2	Das Federpendel	101
4.1.3	Das mathematische Pendel	103
4.1.4	Bewegungsgleichungen in Polarkoordinaten	108
4.2	Impulssatz und Drehimpulssatz	111
4.3	Das Zweiteilchensystem	113
4.4	Zentralkraftfelder und Drehimpulserhaltung	115
4.5	Aufgaben	131
5	Matrizen und Tensoren	133
5.1	Rechnen mit Matrizen	134
5.2	Quadratische Matrizen	136
5.2.1	Taylor-Entwicklung im $\mathbb{R}^n$	140
5.2.2	Eigenwerte und Eigenvektoren	141
5.2.3	Der Trägheitstensor	145

5.3	Drehung des Koordinatensystems	145
5.3.1	Transformation von Vektoren	148
5.3.2	Transformation von Matrizen*	150
5.3.3	Drehungen*	152
5.4	Diagonalisierung und Matrix-Funktionen*	157
5.4.1	Transformation auf Diagonalform	158
5.4.2	Matrix-Funktionen	161
5.5	Aufgaben	165
6	Lineare Differentialgleichungen*	167
6.1	Gleichungen zweiter Ordnung	168
6.2	Systeme erster Ordnung	172
6.3	Aufgaben	176
7	Lineare Schwingungen	177
7.1	Der harmonische Oszillator	178
7.1.1	Die freie Schwingung	179
7.1.2	Erzwungene Schwingungen	185
7.1.3	Energiebilanz	189
7.1.4	Dynamik im Phasenraum*	190
7.2	Gekoppelte Schwingungen	193
7.3	Aufgaben	200
8	Nichtlineare Dynamik und Chaos	203
8.1	Numerische Lösung von Differentialgleichungen	203
8.2	Der Duffing-Oszillator	206
8.3	Die logistische Differentialgleichung	211
8.4	Iterierte Abbildungen	214
8.5	Fraktale	225
8.6	Aufgaben	231

9	Vektoranalysis II	233
9.1	Integrale über Vektorfelder	235
9.1.1	Kurvenintegrale	236
9.1.2	Wegunabhängigkeit von Kurvenintegralen I	241
9.1.3	Flächen- und Volumenintegrale	245
9.1.4	Oberflächenintegrale	250
9.1.5	Funktionaldeterminanten*	256
9.2	Integraldarstellung von Divergenz und Rotation	258
9.2.1	Die Divergenz als Quellenfeld	258
9.2.2	Die Rotation als Wirbelfeld	260
9.3	Integralsätze von Gauß, Stokes und Green	261
9.3.1	Der Satz von Gauß	263
9.3.2	Der Satz von Stokes	264
9.3.3	Die greenschen Sätze	265
9.4	Krummlinige Koordinaten II	265
9.5	Elementare Anwendungen	269
9.5.1	Die Maxwell-Gleichungen	270
9.5.2	Die integrale Form der Maxwell-Gleichungen	270
9.5.3	Der Zylinderkondensator	271
9.5.4	Die Kontinuitätsgleichung	274
9.5.5	Wegunabhängigkeit von Kurvenintegralen II	274
9.5.6	Der Zerlegungssatz	275
9.5.7	Die Poisson-Gleichung	276
9.6	Aufgaben	277
10	Die Delta-Funktion	281
10.1	Elementare Definition der Delta-Funktion	282
10.2	Eigenschaften der Delta-Funktion	285
10.3	Die dreidimensionale Delta-Funktion	289
10.4	Theorie der Distributionen*	292
10.5	Aufgaben	296

11 Lineare partielle Differentialgleichungen der Physik	297
11.1 Die Poisson-Gleichung in der Elektro- und Magnetostatik . . .	298
11.1.1 Die Poisson-Gleichung in der Elektrostatik	299
11.1.2 Die Multipolentwicklung	303
11.1.3 Die Poisson-Gleichung in der Magnetostatik	306
11.2 Poisson-Gleichung: Numerische Lösung	307
11.2.1 Die eindimensionale Poisson-Gleichung	308
11.2.2 Die zweidimensionale Poisson-Gleichung	312
11.3 Die zeitabhängigen Maxwell-Gleichungen*	314
11.4 Die Diffusionsgleichung	317
11.4.1 Die eindimensionale Diffusionsgleichung	317
11.4.2 Numerische Lösung der Diffusionsgleichung	322
11.4.3 Diffusion und „Random Walk“	324
11.5 Die Wellengleichung	326
11.5.1 Eindimensionale Wellen	327
11.5.2 Die zweidimensionale Wellengleichung	336
11.5.3 Dreidimensionale ebene Wellen	340
11.6 Aufgaben	341
12 Orthogonale Funktionen	343
12.1 Orthogonale Polynome:	344
12.2 Fourier-Reihen	351
12.2.1 Beispiele für Fourier-Reihen	353
12.2.2 Allgemeine Eigenschaften der Fourier-Reihen	358
12.2.3 Periodisch angetriebener harmonischer Oszillator	359
12.3 Fourier-Transformationen	361
12.3.1 Eigenschaften der Fourier-Transformation	362
12.3.2 Beispiele für Fourier-Transformationen	365
12.3.3 Die Unschärferelation*	368
12.3.4 Anwendungen der Fourier-Transformation	370
12.4 Aufgaben	373

13 Wahrscheinlichkeit und Entropie* **375**

13.1 Wahrscheinlichkeit 375

13.1.1 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie 376

13.1.2 Wahrscheinlichkeit und Häufigkeit 382

13.2 Entropie 383

13.2.1 Ein Maß für die Unbestimmtheit 384

13.2.2 Eigenschaften von $S(p_1, \dots, p_n)$: 388

13.3 Maximale Unbestimmtheit 389

13.4 Die Boltzmann-Verteilung 394

13.4.1 Der harmonische Oszillator 395

13.4.2 Magnetisierung 396

13.4.3 Das ideale einatomige Gas 397

13.5 Entropie und Irreversibilität 401

13.6 Aufgaben 402

A Der Vektorraum der Polynome* **405**

Anhang **405**

B Komplexe Zahlen **409**

B.1 Konjugiert komplexe Zahlen 412

B.2 Die Polardarstellung 414

B.3 Komplexe Wurzeln 416

B.4 Fundamentalsatz der Algebra 418

C Kegelschnitte **419**

C.1 Die Ellipse 419

C.2 Die Hyperbel 424

C.3 Die Parabel 426

C.4 Quadratische Formen 428

C.5 Die Familie der Kegelschnitte 429

Lösungen der Übungsaufgaben **431**

Index **499**