

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Inhaltsverzeichnis	vii
1 Einführung und Motivation	1
2 Postulate und Gesetze der Newton'schen Mechanik	5
2.1 Skizze der Postulate	6
2.2 Der <i>Massenpunkt</i> als Baustein der Mechanik	8
2.3 Struktur von Raum und Zeit	10
2.3.1 Raum und Zeit - etwas allgemeiner	13
2.3.2 Raum und Zeit - noch allgemeiner	15
2.4 Abgeschlossene mechanische Systeme und Teilsysteme	16
2.4.1 Beispiel 1: das Newton'sche Gravitationsgesetz	17
2.4.2 Beispiel 2: das Coulomb-Gesetz	20
2.4.3 Was lernen wir aus diesen beiden Beispielen?	22
2.5 Galilei-Transformationen	24
2.5.1 Zeittranslationen	25
2.5.2 Translationen im Ortsraum	25
2.5.3 Geschwindigkeitstransformationen	26
2.5.4 Drehungen	27
2.5.5 Raumspiegelungen	29
2.5.6 Die Galilei-Gruppe	30
2.6 Das deterministische Prinzip der Klassischen Mechanik	31
2.7 Konsequenzen der Galilei-Kovarianz für die Bewegungsgleichung	35
2.7.1 Folgen der Galilei-Kovarianz für Einteilchensysteme	35
2.7.2 Folgen der Galilei-Kovarianz für Vielteilchensysteme	37
2.8 Beispiele	39
2.9 Weitere Galilei-Transformationen? *	40
2.10 Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse	43
2.11 Übungsaufgaben	45
3 Abgeschlossene mechanische Systeme	51
3.1 Allgemeine Eigenschaften abgeschlossener Mehrteilchensysteme	52
3.2 Transformationsverhalten von Erhaltungsgrößen	61
3.3 Zweiteilchenproblem: allgemeine Eigenschaften	66

3.3.1	Kreisbahnen	72
3.3.2	Kleine Schwingungen	73
3.4	Kegelschnitte	75
3.4.1	Ellipsen	76
3.4.2	Hyperbeln	77
3.4.3	Parabeln	78
3.5	Der harmonische Oszillatör	78
3.6	Das Kepler-Problem	81
3.6.1	Was wissen wir bereits aus allgemeinen Überlegungen?	82
3.6.2	Eine dritte Erhaltungsgröße: der Lenz'sche Vektor!	85
3.6.3	Energie der Kepler-Bahn und Exzentrizität	91
3.6.4	Die Zeitabhängigkeit der Kepler-Bewegung	92
3.6.5	Der Virialsatz	95
3.6.6	Ausblick: das quantenmechanische Wasserstoffproblem	96
3.6.7	Die Bahn des Merkur	96
3.7	Geschlossene Bahnen und Ähnlichkeit	99
3.8	Kleine Schwingungen im Vielteilchenproblem	100
3.8.1	Allgemeine Eigenschaften	101
3.8.2	Beispiel: ein 3-atomiges Ringmolekül	105
3.8.3	Beispiel: ein N-atomiges Ringmolekül	107
3.9	Übungsaufgaben	110
4	Teilsysteme	117
4.1	Allgemeine Eigenschaften von Teilsystemen	117
4.1.1	Einteilchen-Teilsysteme	117
4.1.2	Mehrteilchen-Teilsysteme	119
4.2	Der allgemeine harmonische Oszillatör	122
4.2.1	Ohne Reibung, ohne antreibende Kraft	124
4.2.2	Mit antreibender Kraft, ohne Reibung	126
4.2.3	Mit Reibung, ohne antreibende Kraft	128
4.2.4	Mit Reibung und antreibender Kraft	132
4.3	Das Pendel	135
4.3.1	Das sphärische Pendel, allgemeine Eigenschaften	135
4.3.2	Das mathematische Pendel	139
4.3.3	Das sphärische Pendel	142
4.3.4	Das isochrone Pendel	150
4.4	Die Lorentz-Kraft	155
4.4.1	Galilei-Kovarianz der Lorentz-Bewegungsgleichung	156
4.4.2	Beispiel: konstante Felder	158
4.5	Schwimmende Körper	161
4.5.1	Bedingung 1: Kräftegleichgewicht	161
4.5.2	Bedingung 2: Gleichgewicht der Drehmomente	163
4.5.3	Bedingung 3: Stabilität der Gleichgewichtslage	163
4.5.4	Spezialfall: schwimmende <i>homogene</i> Körper	168
4.6	Übungsaufgaben	170

5 Spezielle Relativitätstheorie	175
5.1 Die Galilei-Kovarianz stößt an ihre Grenzen	176
5.1.1 Die Maxwell-Gleichungen und ihre Eigenschaften	176
5.1.2 Sind die Maxwell-Gleichungen Galilei-kovariant?	181
5.2 Die Postulate der Speziellen Relativitätstheorie	184
5.3 Erste Konsequenzen der Postulate	186
5.4 Der Abstand und die Eigenzeit	190
5.5 Poincaré- und Lorentz-Transformationen	195
5.6 Physikalische Folgen der Lorentz-Kovarianz	205
5.6.1 Das Additionsgesetz für Geschwindigkeiten	209
5.6.2 Transformationsverhalten von Winkelvariablen	211
5.6.3 Weitere optische Effekte	212
5.7 4-Schreibweise und 4-Vektoren	216
5.7.1 4-Schreibweise	217
5.7.2 Poincaré- und Lorentz-Transformationen	223
5.7.3 Weitere 4-Vektoren	225
5.8 Masse und Energie	233
5.9 Die Lorentz-Kraft und elektromagnetische Felder	235
5.9.1 Die relativistische Formulierung der Lorentz-Kraft!	238
5.9.2 Die Maxwell-Gleichungen in kovarianter Form	242
5.10 Konstante E - und B -Felder	247
5.10.1 Orthogonale, gleich starke, konstante E - und B -Felder	248
5.10.2 Nicht-orthogonale konstante E - und B -Felder	251
5.11 Coulomb-Problem für ein einzelnes Teilchen	254
5.12 Übungsaufgaben	264
6 Lagrange-Formulierung der Mechanik	275
6.1 Warum Analytische Mechanik?	276
6.2 Die Lagrange-Funktion	277
6.3 Das Hamilton'sche Variationsprinzip	284
6.3.1 Einfache Beispiele aus der Variationsrechnung	290
6.4 Invarianzen der Lagrange-Gleichung	295
6.4.1 Addition einer „vollständigen Zeitableitung“	296
6.4.2 Galilei-Invarianz	296
6.4.3 Eichinvarianz	298
6.4.4 Invarianz unter „Zeitumkehr“	299
6.5 Zwangsbedingungen	301
6.5.1 Beispiele für <i>holonome</i> Zwangsbedingungen	302
6.5.2 Beispiele für <i>nicht-holonom</i> e Zwangsbedingungen	305
6.6 Verallgemeinerte Koordinaten	306
6.6.1 Bewegungsgleichung in verallgemeinerten Koordinaten	309
6.7 Verallgemeinerte Kräfte	313
6.7.1 Geschwindigkeitsunabhängige Kräfte	314
6.7.2 Lorentz-Kräfte	315
6.7.3 Reibungskräfte	318
6.7.4 Historische Anmerkungen	318
6.8 Beispiel einer rheonomen Zwangsbedingung	319
6.9 Das Hamilton'sche Prinzip in verallgemeinerten Koordinaten	323

6.10	Die Lagrange-Gleichungen der ersten Art	324
6.11	Erhaltungsgrößen	328
6.11.1	Das Jacobi-Integral	328
6.11.2	Zyklische Koordinaten	330
6.11.3	Elimination von zyklischen Koordinaten	331
6.11.4	Die Zeit als zyklische Variable	334
6.12	Das Noether-Theorem	335
6.12.1	Beispiele	339
6.12.2	Weitere Verallgemeinerung des Noether-Theorems? *	340
6.12.3	Spezialfall: zeitunabhängige Punkttransformationen *	342
6.13	Nicht-holome Zwangsbedingungen	343
6.14	Übungsaufgaben	347
7	Hamilton-Formulierung der Mechanik	357
7.1	Die Legendre-Transformation	359
7.1.1	Funktionen einer eindimensionalen reellen Variablen	360
7.1.2	Funktionen mehrerer Variabler	362
7.1.3	Funktionen mit zusätzlichen inerten Variablen	364
7.2	Legendre-Transformation der Lagrange-Funktion	365
7.3	Die Hamilton-Gleichungen	367
7.4	Anwendung des Hamilton-Formalismus	371
7.4.1	Geschwindigkeitsunabhängige Kräfte	371
7.4.2	Lorentz-Kräfte	373
7.4.3	Kleine Schwingungen	374
7.5	Ein Variationsprinzip für die Hamilton-Gleichungen	379
7.6	Hamilton-Gleichungen „der ersten Art“	381
7.6.1	Holome Zwangsbedingungen	381
7.6.2	Nicht-holome Zwangsbedingungen	382
7.7	Die Hamilton-Jacobi-Gleichung	383
7.7.1	Hamiltons Wirkungsfunktion und ihre Eigenschaften	383
7.7.2	Herleitung der Hamilton-Jacobi-Gleichung	384
7.8	Erhaltungsgrößen und Poisson-Klammern	385
7.8.1	Beispiel: Vektoren!	388
7.9	Kanonische Transformationen	389
7.9.1	Beispiel: Reskalierung der Impulsvariablen	390
7.9.2	Beispiel: die Berührungstransformation!	390
7.9.3	Varianten der Berührungstransformation	393
7.9.4	Berührungstransformationen als Gruppe	395
7.9.5	<i>Infinitesimale</i> Berührungstransformationen	395
7.10	Beispiele für Berührungstransformationen	398
7.10.1	Beispiel: Translationen	398
7.10.2	Beispiel: Drehungen	399
7.10.3	Beispiel: die Zeitentwicklung	401
7.10.4	Beispiel: unitäre Transformationen	401
7.10.5	Beispiel: das Kepler-Problem	404
7.11	Berührungstransformationen und Poisson-Klammern	407
7.11.1	Invarianz der <i>fundamentalen</i> Poisson-Klammern!	408
7.11.2	Invarianz der Poisson-Klammer zweier Observable!	409

7.11.3 Zwei Darstellungen der Bewegungsgleichungen? *	410
7.12 Die symplektische Struktur der Hamilton'schen Mechanik	413
7.13 Nicht-holome Systeme *	416
7.14 Übungsaufgaben	419
8 Der starre Körper	423
8.1 Anzahl der Freiheitsgrade	424
8.2 Kinetische Energie und Drehimpuls	427
8.3 Die Bewegungsgleichungen des starren Körpers	435
8.4 Explizite Form der Drehmatrix und der Winkelgeschwindigkeiten	438
8.4.1 Zusätzliche Zwangsbedingungen	440
8.5 Anwendung der Euler-Gleichung	444
8.5.1 Drei gleiche Hauptträgheitsmomente	444
8.5.2 Zwei gleiche Hauptträgheitsmomente	445
8.6 Anwendung der Lagrange-Gleichung	450
8.6.1 Der symmetrische schwere Kreisel	450
8.6.2 Kowalewskajas Kreisel	454
8.6.3 Der Kreisel von Gorjatschew und Tschaplygin	457
8.6.4 Astronomische Präzession	458
8.7 Beispiele nicht-holonomer Systeme *	465
8.7.1 Allgemeine Überlegungen	465
8.7.2 Beispiel 1: Kugel auf horizontaler Ebene	468
8.7.3 Beispiel 2: Kugel auf schiefer Ebene	470
8.7.4 Beispiel 3: Kugel in zeitabhängigem Schwerkraftfeld	472
8.7.5 Beispiel 4: Kugel auf unbeweglicher Kugel	473
8.7.6 Beispiel 5: Kugel auf beweglicher Kugel	479
8.8 Dynamik im körperfesten Bezugssystem	481
8.8.1 Einzelnes Teilchen im körperfesten Bezugssystem	482
8.8.2 Verallgemeinerung für Vierteilchensysteme	484
8.9 Übungsaufgaben	486
9 Lösungen zu den Übungsaufgaben	489
9.2 Postulate und Gesetze der Newton'schen Mechanik	489
9.3 Abgeschlossene mechanische Systeme	498
9.4 Teilsysteme	516
9.5 Spezielle Relativitätstheorie	529
9.6 Lagrange-Formulierung der Mechanik	561
9.7 Hamilton-Formulierung der Mechanik	584
9.8 Der starre Körper	595
A Grundlösung der Laplace-Gleichung und Anwendungen	599
A.1 Die Grundlösung der Laplace-Gleichung	599
A.2 Anwendung: Gesetze von Newton und Coulomb	600
A.3 Die Lösung der Poisson-Gleichung	601

B Wann sind räumlich begrenzte Umlaufbahnen geschlossen?	603
B.1 Bestimmung der Phasenänderung	603
B.2 Parameterunabhängigkeit der Phasenänderung	604
B.3 Fallunterscheidungen und Konsequenzen	605
C Das Leiterparadoxon	609
C.1 Das Paradoxon im Ruhesystem der <i>Leiter</i>	610
C.2 Das Paradoxon für eine noch längere Leiter!	612
C.3 Das Paradoxon im Ruhesystem der <i>Garage</i>	613
D Lorentz-Bewegungsgleichung in der Analytischen Mechanik	615
D.1 Die Lagrange-Formulierung	616
D.2 Die Hamilton-Formulierung	617
D.3 Analytische Mechanik in kovarianter Form	618
Liste der Symbole	621
Literaturverzeichnis	625
Stichwortverzeichnis	627