

# Inhalt

<b>Vorwort</b>	<b>1</b>
<b>1 Grundbegriffe der Mathematik</b>	<b>3</b>
1.1 Mengenlehre . . . . .	3
1.1.1 Verknüpfung von Mengen . . . . .	5
1.1.2 Mengenalgebra . . . . .	7
1.1.3 Kartesische Produktmengen . . . . .	8
1.1.4 Relationen und Funktionen . . . . .	9
1.2 Verknüpfung von Aussagen . . . . .	13
1.3 Beweisverfahren in der Mathematik . . . . .	16
1.3.1 Der direkte Beweis . . . . .	16
1.3.2 Der indirekte Beweis . . . . .	16
1.3.3 Die vollständige Induktion . . . . .	17
1.4 Summen- und Produktzeichen . . . . .	20
1.4.1 Das Summenzeichen . . . . .	20
1.4.2 Das Produktzeichen . . . . .	25
1.5 Binomialkoeffizienten . . . . .	28
1.6 Aufbau des reellen Zahlensystems . . . . .	31
1.7 Ungleichungen und Absolutbetrag . . . . .	33
1.7.1 Ungleichungen . . . . .	33
1.7.2 Intervalle . . . . .	35
1.7.3 Vorzeichen und Absolutbetrag . . . . .	36
1.8 Potenzen, Wurzeln und Logarithmen . . . . .	42
1.8.1 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten . . . . .	42
1.8.2 Potenzen mit rationalen Exponenten, Wurzeln . . . . .	44
1.8.3 Potenzen mit reellen Exponenten . . . . .	46
1.8.4 Logarithmen, Logarithmensysteme . . . . .	47
1.8.5 Umrechnung von Potenzen und Logarithmen . . . . .	49
1.9 Die komplexen Zahlen . . . . .	55
1.9.1 Definition und Rechenregeln der komplexen Zahlen . . . . .	55

1.9.2	Geometrische Veranschaulichung komplexer Zahlen . . .	56
1.10	Darstellung von Zahlen in Rechnern . . . . .	60
1.10.1	Festpunktdarstellung . . . . .	60
1.10.2	Gleitpunktdarstellung . . . . .	61
1.11	Rechnen mit Näherungswerten . . . . .	65
1.11.1	Absoluter und relativer Fehler . . . . .	65
1.11.2	Fehlerfortpflanzung . . . . .	68
<b>2</b>	<b>Vektorrechnung</b>	<b>75</b>
2.1	Vektoren und Koordinatensysteme . . . . .	75
2.2	Vektoroperationen . . . . .	78
2.2.1	Addition, Subtraktion und skalare Multiplikation . . . .	78
2.2.2	Das Skalarprodukt . . . . .	81
2.2.3	Das Vektorprodukt . . . . .	83
2.3	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren . . . .	86
2.4	Analytische Geometrie im $\mathbb{R}^3$ . . . . .	88
2.4.1	Geraden . . . . .	88
2.4.2	Ebenen . . . . .	89
<b>3</b>	<b>Lineare Algebra und Matrizenrechnung</b>	<b>95</b>
3.1	Der Vektorraum $\mathbb{R}^n$ . . . . .	95
3.1.1	Vektoren im $\mathbb{R}^n$ , Vektoroperationen . . . . .	95
3.1.2	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit . . . . .	98
3.2	Matrizenrechnung . . . . .	102
3.2.1	Der Begriff der Matrix . . . . .	102
3.2.2	Das Rechnen mit Matrizen . . . . .	106
3.2.3	Transponieren von Matrizen . . . . .	114
3.2.4	Die Inverse einer quadratischen Matrix . . . . .	116
3.2.5	Der Rang einer Matrix . . . . .	117
3.3	Lineare Gleichungssysteme . . . . .	122
3.4	Determinanten . . . . .	126
3.5	Lösung linearer $n \times n$ -Gleichungssysteme . . . . .	131

3.5.1	Der Gaußsche Algorithmus . . . . .	131
3.5.2	Das Gauß-Verfahren als Dreieckszerlegung . . . . .	135
3.5.3	Berechnung der Inversen nach Gauß-Jordan . . . . .	142
3.5.4	Numerische Probleme . . . . .	145
3.6	Lösung allgemeiner linearer Gleichungssysteme . . . . .	153
<b>4</b>	<b>Kombinatorik</b>	<b>157</b>
4.1	Permutationen . . . . .	158
4.1.1	Permutationen ohne Wiederholung . . . . .	158
4.1.2	Permutationen mit Wiederholungen . . . . .	159
4.2	Variationen . . . . .	161
4.2.1	Variationen ohne Wiederholung . . . . .	161
4.2.2	Variationen mit Wiederholungen . . . . .	162
4.3	Kombinationen . . . . .	164
4.3.1	Kombinationen ohne Wiederholung . . . . .	164
4.3.2	Kombinationen mit Wiederholungen . . . . .	165
4.4	Zusammenfassung . . . . .	166
<b>5</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>171</b>
5.1	Zufallseignisse . . . . .	171
5.2	Verknüpfung von Zufallseignissen . . . . .	174
5.3	Der Borelsche Mengenkörper . . . . .	176
5.4	Unvereinbare Ereignisse . . . . .	177
5.5	Sicheres und unmögliches Ereignis . . . . .	177
5.6	Die mathematische Wahrscheinlichkeit . . . . .	178
5.7	Die klassische Wahrscheinlichkeit . . . . .	180
5.8	Die bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .	184
5.9	Unabhängige Ereignisse . . . . .	187
5.10	Das Bayessche Theorem . . . . .	192
5.11	Interpretation von Wahrscheinlichkeiten . . . . .	194
5.12	Das Gesetz der großen Zahlen . . . . .	196
5.13	Zufallsvariablen . . . . .	198

---

5.14 Die Verteilungsfunktion . . . . .	201
5.15 Zufallsvariablen und ihre Verteilungen . . . . .	205
5.15.1 Diskrete Zufallsvariablen . . . . .	205
5.15.2 Stetige Zufallsvariablen . . . . .	208
5.15.3 Fraktilen und Grenzen einer Verteilung . . . . .	212
5.16 Maßzahlen einer Verteilung . . . . .	216
5.16.1 Der Mittelwert oder Erwartungswert einer Verteilung .	216
5.16.2 Die Varianz einer Verteilung . . . . .	218
5.16.3 Momente einer Verteilung . . . . .	219
5.16.4 Schiefe und Kurtosis . . . . .	221
<b>Literatur</b>	<b>227</b>
<b>Sachregister</b>	<b>228</b>