

Inhalt

Vorwort	1
1 Grundbegriffe der Mathematik	3
1.1 Mengenlehre	3
1.1.1 Verknüpfung von Mengen	5
1.1.2 Mengenalgebra	7
1.1.3 Kartesische Produktmengen	8
1.1.4 Relationen und Funktionen	9
1.2 Verknüpfung von Aussagen	13
1.3 Beweisverfahren in der Mathematik	16
1.3.1 Der direkte Beweis	16
1.3.2 Der indirekte Beweis	16
1.3.3 Die vollständige Induktion	17
1.4 Summen- und Produktzeichen	20
1.4.1 Das Summenzeichen	20
1.4.2 Das Produktzeichen	25
1.5 Binomialkoeffizienten	28
1.6 Aufbau des reellen Zahlensystems	31
1.7 Ungleichungen und Absolutbetrag	33
1.7.1 Ungleichungen	33
1.7.2 Intervalle	35
1.7.3 Vorzeichen und Absolutbetrag	36
1.8 Potenzen, Wurzeln und Logarithmen	42
1.8.1 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	42
1.8.2 Potenzen mit rationalen Exponenten, Wurzeln	44
1.8.3 Potenzen mit reellen Exponenten	46
1.8.4 Logarithmen, Logarithmensysteme	47
1.8.5 Umrechnung von Potenzen und Logarithmen	49
1.9 Die komplexen Zahlen	55
1.9.1 Definition und Rechenregeln der komplexen Zahlen . . .	55

1.9.2	Geometrische Veranschaulichung komplexer Zahlen	56
1.10	Darstellung von Zahlen in Rechnern	60
1.10.1	Festpunkttdarstellung	60
1.10.2	Gleitpunkttdarstellung	61
1.11	Rechnen mit Näherungswerten	65
1.11.1	Absoluter und relativer Fehler	65
1.11.2	Fehlerfortpflanzung	68
2	Vektorrechnung	75
2.1	Vektoren und Koordinatensysteme	75
2.2	Vektoroperationen	78
2.2.1	Addition, Subtraktion und skalare Multiplikation	78
2.2.2	Das Skalarprodukt	81
2.2.3	Das Vektorprodukt	83
2.3	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren	86
2.4	Analytische Geometrie im \mathbb{R}^3	88
2.4.1	Geraden	88
2.4.2	Ebenen	89
3	Lineare Algebra und Matrizenrechnung	95
3.1	Der Vektorraum \mathbb{R}^n	95
3.1.1	Vektoren im \mathbb{R}^n , Vektoroperationen	95
3.1.2	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit	98
3.2	Matrizenrechnung	102
3.2.1	Der Begriff der Matrix	102
3.2.2	Das Rechnen mit Matrizen	106
3.2.3	Transponieren von Matrizen	114
3.2.4	Die Inverse einer quadratischen Matrix	116
3.2.5	Der Rang einer Matrix	117
3.3	Lineare Gleichungssysteme	122
3.4	Determinanten	126
3.5	Lösung linearer $n \times n$ -Gleichungssysteme	131

3.5.1	Der Gaußsche Algorithmus	131
3.5.2	Das Gauß-Verfahren als Dreieckszerlegung	135
3.5.3	Berechnung der Inversen nach Gauß-Jordan	142
3.5.4	Numerische Probleme	145
3.6	Lösung allgemeiner linearer Gleichungssysteme	153
4	Kombinatorik	157
4.1	Permutationen	158
4.1.1	Permutationen ohne Wiederholung	158
4.1.2	Permutationen mit Wiederholungen	159
4.2	Variationen	161
4.2.1	Variationen ohne Wiederholung	161
4.2.2	Variationen mit Wiederholungen	162
4.3	Kombinationen	164
4.3.1	Kombinationen ohne Wiederholung	164
4.3.2	Kombinationen mit Wiederholungen	165
4.4	Zusammenfassung	166
5	Wahrscheinlichkeitsrechnung	171
5.1	Zufallsereignisse	171
5.2	Verknüpfung von Zufallsereignissen	174
5.3	Der Borelsche Mengenkörper	176
5.4	Unvereinbare Ereignisse	177
5.5	Sicheres und unmögliches Ereignis	177
5.6	Die mathematische Wahrscheinlichkeit	178
5.7	Die klassische Wahrscheinlichkeit	180
5.8	Die bedingte Wahrscheinlichkeit	184
5.9	Unabhängige Ereignisse	187
5.10	Das Bayessche Theorem	192
5.11	Interpretation von Wahrscheinlichkeiten	194
5.12	Das Gesetz der großen Zahlen	196
5.13	Zufallsvariablen	198

5.14 Die Verteilungsfunktion	201
5.15 Zufallsvariablen und ihre Verteilungen	205
5.15.1 Diskrete Zufallsvariablen	205
5.15.2 Stetige Zufallsvariablen	208
5.15.3 Fraktile und Grenzen einer Verteilung	212
5.16 Maßzahlen einer Verteilung	216
5.16.1 Der Mittelwert oder Erwartungswert einer Verteilung . .	216
5.16.2 Die Varianz einer Verteilung	218
5.16.3 Momente einer Verteilung	219
5.16.4 Schiefe und Kurtosis	221
Literatur	227
Sachregister	228