

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Entdecken und Begründen	7
2.1	Entdeckendes Lernen	7
2.1.1	Lernen aus Sicht des Konstruktivismus	8
2.1.2	Lernende beim entdeckenden Lernen	9
2.1.3	Die Rolle der Lehrperson beim entdeckenden Lernen	10
2.1.4	Entdecken und Problemlösen	13
2.1.5	Entdecken und (neo-)sokratisches Gespräch	15
2.1.6	Rückblick und offene Fragen	18
2.2	Beweisen – Begründen – Argumentieren	20
2.2.1	Begriffsklärung „Beweis“	20
2.2.2	Beweistypen	21
2.2.3	Beweise im Mathematikunterricht	24
2.2.4	Begründen von Entdeckungen	28
3	Entdecken und Begründen nach Ch. S. Peirce	31
3.1	Deduktion	32
3.2	Induktion	34
3.3	Abduktion	39
3.3.1	Einführung der Abduktion	39
3.3.2	Zur Unsicherheit der Abduktion	49
3.3.3	Entdecken qua Abduktion	52
3.3.4	Zum Entstehen von Abduktionen	59
3.4	Das Zusammenspiel der Schlussformen	60

3.4.1	Empirische Erkenntniswege nach Peirce (Hypothesenprüfung qua Bootstrap-Modell und qua hypothetisch-deduktiven Ansatz)	60
3.4.2	Mathematische Erkenntnisentwicklung	70
3.4.3	Theoretische Erkenntniswege	74
4	Begründen nach S. E. Toulmin	79
4.1	Einführung in die Argumentationsanalyse	79
4.2	Die Struktur eines Arguments	81
4.3	Vergleich von Argumenten (Toulmin) und Schlüssen (Peirce)	87
4.3.1	Argument und Deduktion	88
4.3.2	Argument und Abduktion	91
4.3.3	Argument und Induktion	92
5	Methodologie und Methoden	95
5.1	Symbolischer Interaktionismus und Ethnomethodologie	96
5.2	Das Forschungsinteresse	102
5.3	Die Interpretation – Abduktionen über Abduktionen	104
5.4	Untersuchungsplan und -verfahren	106
5.4.1	Der Ablauf des Unterrichtsversuchs	106
5.4.2	Die Erhebung des Datenmaterials	110
5.4.3	Die Szenenauswahl und die Transkription	111
5.4.4	Die Interpretation der einzelnen Unterrichtsszene	114
5.4.5	Probleme bei der Rekonstruktion	117
5.4.6	Die Darstellung der Interpretationsergebnisse	121
6	Exkurs: Der Funktionsbegriff	123
6.1	Der Funktionsbegriff im Mathematikunterricht	123
6.2	Darstellungsformen von Funktionen	127
6.2.1	Lesen von Darstellungen	128
6.2.2	Übersetzungen zwischen Darstellungsformen	129
7	Ausgewählte Analysebeispiele	133
7.1	Analysebeispiel 1	136
7.1.1	Rechenbericht, Argument oder Abduktion?	137
7.1.2	Theoretische Begründung eines Gesetzes	143
7.1.3	Zusammenspiel von Argument und Abduktion	145
7.1.4	Empirische Begründung eines Gesetzes	147
7.2	Analysebeispiel 2	149
7.2.1	Vordergründige oder tiefergehende Abduktion?	152

7.2.2	Argumentatives Hervorbringen einer Abduktion	160
7.2.3	Zur Mehrdeutigkeit von Äußerungen	163
7.3	Analysebeispiel 3	166
7.3.1	Arbeitsökonomische und mathematische Betrachtung von Vereinfachungsstrategien	168
7.3.2	Bruch – relationaler Begriff oder empirischer Gegenstand?	177
7.4	Analysebeispiel 4	191
7.4.1	Theoretische Erkenntniswege und Mehrdeutigkeit der logischen Zusammenhänge	193
7.4.2	Empirische Erkenntnissicherung	203
7.5	Analysebeispiel 5	210
7.5.1	Das Problem bikonditionaler Gesetze (Beispiel 1)	210
7.5.2	Das Problem bikonditionaler Gesetze (Beispiel 2)	214
7.5.3	Theoretische Reflexion des Analyseproblems	219
8	Zusammenfassung und Ausblick	223
8.1	Zusammenfassung der theoretischen und der empirischen Studien	223
8.1.1	Die Bedeutung der Abduktion für die Beschreibung und die Analyse des entdeckenden Lernens	224
8.1.2	Zum Zusammenhang von Entdecken und Begründen	225
8.1.3	Zur Rekonstruktion von Entdeckungen und Begründungen	228
8.1.4	Probleme beim entdeckenden Lernen	229
8.2	Folgerungen für die (Hoch-)Schulpraxis	231
8.3	Ausblick auf weiterführende Studien	232
Anhang	235
Literatur	307