

# **Mathematik- Vorkurs**

Übungs- und Arbeitsbuch  
für Studienanfänger

Von Prof. Dr. rer. nat. habil. Wolfgang Schäfer  
Oberstudienrat Kurt Georgi  
und Doz. Dr. rer. nat. habil. Gisela Trippier

Unter Mitarbeit von  
Prof. Dr. rer. nat. Christa Otto (Abschnitt 14)

3., bearbeitete Auflage

B. G. Teubner Verlagsgesellschaft  
Stuttgart • Leipzig 1997

# Inhalt

1	Elementare Rechenoperationen mit reellen Zahlen	11
1.1	Aufbau des Zahlensystems	11
1.2	Abgeleitete Rechenregeln	16
1.3	Übungsaufgaben	24
2	Potenzen und Wurzeln	33
2.1	Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	33
2.2	Wurzeln und Potenzen mit rationalen Exponenten	35
2.3	Potenzen mit reellen Exponenten	38
2.4	Zusammenfassung	39
2.5	Übungsaufgaben	39
3	Logarithmen	43
3.1	Begriff des Logarithmus	43
3.2	Logarithmengesetze	44
3.3	Zusammenfassung	46
3.4	Übungsaufgaben	46
4	Goniometrie	49
4.1	Elementargeometrie	49
4.2	Die Seitenverhältnisse am rechtwinkligen Dreieck	57
4.3	Die Winkelfunktionen am Einheitskreis	58
4.4	Sinus- und Kosinussatz	63
4.5	Trigonometrische Formeln	65
4.6	Übungsaufgaben	66
5	Komplexe Zahlen	71
5.1	Summe und Differenz	73
5.2	Produkt	74
5.3	Quotient	75
5.4	Übungsaufgaben	75
6	Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten	78
6.1	Übungsaufgaben	84
7	Einige Grundbegriffe der mathematischen Logik	91
7.1	Aussage, Wahrheitswert, Aussageform	91
7.2	Verknüpfung von Aussagen (Aussagenfunktionen)	92
7.3	Beziehungen zwischen den Aussagenfunktionen	96
7.4	Existenz- und Universalaussagen	97
7.5	Notwendige und hinreichende Bedingung	98
7.6	Übungsaufgaben	99

## Inhalt

8	Beweismethoden	100
8.1	Der direkte Beweis	100
8.2	Der indirekte Beweis	101
8.3	Beweis durch vollständige Induktion	102
8.4	Übungsaufgaben	103
9	Grundbegriffe der Mengenlehre	104
9.1	Der Begriff der Menge	104
9.2	Relationen zwischen Mengen	105
9.3	Operationen mit Mengen	106
9.4	Abbildungen	110
9.5	Übungsaufgaben	114
10	Kombinatorik - Binomischer Satz	116
10.1	Die Fakultät	116
10.2	Binomialkoeffizienten	116
10.3	Der binomische Satz	118
10.4	Kombinatorik	121
10.5	Übungsaufgaben	130
11	Lineare Algebra	133
11.1	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten	133
11.2	Lineare Gleichungssysteme mit drei Unbekannten	149
11.3	Beliebig viele Gleichungen mit beliebig vielen Unbekannten	156
11.4	Homogene Gleichungssysteme	161
11.5	Übungsaufgaben	163
12	Algebraische Gleichungen	169
12.1	Nichtlineare Gleichungen	169
12.2	Quadratische Gleichungen	171
12.3	Gleichungen dritten Grades	182
12.4	Wurzelgleichungen	186
12.5	Übungsaufgaben	188
13	Transzendente Gleichungen	196
13.1	Logarithmische Gleichungen	196
13.2	Exponentialgleichungen	199
13.3	Goniometrische Gleichungen	202
13.4	Übungsaufgaben	207
14	Rechnen mit Ungleichungen und Beträgen	212
14.1	Ungleichungen	212
14.2	Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen	221
14.3	Übungsaufgaben	230

15	Funktionen	234
15.1	Funktionsbegriff und Darstellung von Funktionen	234
15.2	Eigenschaften von Funktionen	235
15.3	Elementare Funktionen	238
15.4	Mittelbare Funktionen	255
15.5	Übungsaufgaben	256
16	Analytische Geometrie der Ebene	260
16.1	Die Gerade	260
16.2	Der Kreis	266
16.3	Die Ellipse	270
16.4	Die Hyperbel	273
16.5	Die Parabel	277
16.6	Zusammenfassung	279
16.7	Übungsaufgaben	280
17	Vektorrechnung und ihre Anwendung in der Geometrie	284
17.1	Definition des Vektors	
	Darstellung im kartesischen Koordinatensystem	284
17.2	Das skalare Produkt zweier Vektoren	288
17.3	Das vektorielle Produkt zweier Vektoren	290
17.4	Das Spatprodukt	293
17.5	Anwendung von Vektoren in der analytischen Geometrie	295
17.6	Übungsaufgaben	301
18	Zahlenfolgen	304
18.1	Einführung	304
18.2	Begriff der Zahlenfolge	304
18.3	Grenzwerte von Zahlenfolgen	305
18.4	Berechnung von Grenzwerten	308
18.5	Übungsaufgaben	315
19	Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	317
19.1	Grundlegende Begriffe	317
19.2	Sätze über Grenzwerte und Stetigkeit	322
19.3	Eigenschaften stetiger Funktionen	323
19.4	Die Stetigkeit der elementaren Funktionen	324
19.5	Übungsaufgaben	325

## 10 Inhalt

20	Differentialrechnung	327
20.1	Differentialquotient und Ableitung	327
20.2	Differentiationsregeln	336
20.3	Die Ableitung der elementaren Funktionen	341
20.4	Extremwerte und Wendepunkte	346
20.5	Optimierungsprobleme	357
20.6	Übungsaufgaben	360
21	Integralrechnung	369
21.1	Bestimmtes und unbestimmtes Integral	369
21.2	Grundintegrale	373
21.3	Integrationsregeln	374
21.4	Anwendungen der Integralrechnung	381
21.5	Übungsaufgaben	385
	Lösungen ausgewählter Übungsaufgaben	390
	Sachverzeichnis	440