

Inhalt

1	Lineare Algebra	9
1.1	Matrizen	9
1.1.1	Bezeichnungen und Notationen	9
1.1.2	Rechenregeln	11
1.1.3	Spezielle Matrizen	13
1.1.4	Spezielle Matrixstrukturen	14
1.2	Lineare Gleichungssysteme	17
1.2.1	Definition	17
1.2.2	Rechenregeln	17
1.2.3	Lösbarkeit eines LGS	19
1.2.4	Gauß-Algorithmus	21
1.2.5	Alternative Lösungsverfahren	23
1.3	Inverse einer Matrix	24
1.3.1	Rechenregeln	24
1.3.2	Berechnung durch Gauß-Jordan-Algorithmus	25
1.3.3	Inverse einer 2×2 - und 3×3 -Matrix	25
1.4	Vektorräume	27
1.4.1	Definition	27
1.4.2	Familie von Vektoren	30
1.4.3	Linearkombination	30
1.4.4	Untervektorraum	31
1.5	Lineare (Un)Abhängigkeit	35
1.5.1	Lineare (Un)Abhängigkeit – Definition und Prüfform	36
1.5.2	Erzeugendensystem	38
1.5.3	Basis	38
1.5.4	Dimension	38
1.5.5	Koordinaten	38
1.5.6	Lineare Hülle	39
1.5.7	Beispiele zum Schaubild	42
1.6	Basistransformationen	46
1.6.1	Spezielle Basen	46
1.6.2	Gram-Schmidt-Verfahren	47
1.6.3	Basiswechsel	51
1.7	Lineare Abbildungen	54
1.7.1	Kern einer (Abbildungs)Matrix	55
1.7.2	Bild einer (Abbildungs)Matrix	56
1.7.3	Defekt einer (Abbildungs)Matrix	58
1.7.4	Rang einer (Abbildungs)Matrix	58
1.7.5	Rang-/Dimensionssatz	59
1.7.6	Klassifizierung von linearen Abbildungen (Morphismen)	60

1.7.7	Basiswechsel bei linearen Abbildungen	61
1.7.8	Abbildungen durch Drehmatrizen / Rotationsmatrizen	64
1.7.9	Beispiel von Kern bis Morphismen	65
1.8	Determinante	67
1.8.1	Bedeutung der Determinante	67
1.8.2	Rechenregeln	67
1.8.3	Berechnung von Determinanten	68
1.8.4	Anwendung Determinanten	70
1.9	Eigenwerte/-vektoren/-räume	72
1.9.1	Definition, Bedeutung	72
1.9.2	Eigenwerte	73
1.9.3	Vielfachheiten von Eigenwerten	74
1.9.4	Eigenvektoren	75
1.9.5	Eigenräume	75
1.9.6	Diagonalisierbarkeit	76
1.10	Definitheit	78
1.10.1	Definition	78
1.10.2	Nachweis per Eigenwerte	79
1.10.3	Nachweis per Hurwitz-Kriterium/Sylvester-Kriterium/Hauptminoren	79
1.11	Zusammenhängende Eigenschaften – Übersicht	80
1.12	Übungsaufgaben – Lineare Algebra	81
2	Analysis mehrerer Veränderlicher	87
2.1	Folgen	88
2.2	Stetigkeit	88
2.3	Differentiation, Ableitungen	93
2.3.1	Differenzierbarkeit	93
2.3.2	Partielle Ableitung	93
2.3.3	Divergenz	96
2.3.4	Rotation	96
2.3.5	Jacobi-Matrix	97
2.3.6	Gradient	98
2.3.7	Hesse-Matrix	99
2.3.8	Richtungsableitung	100
2.3.9	Zusammenhänge: Schaubild der Begriffe	101
2.4	Anwendungen der Differentiation	101
2.4.1	Taylorfunktion	101
2.4.2	Tangentialebenen	103
2.4.3	Totales Differential	103
2.4.4	Extremstellenberechnung ohne Nebenbedingung	105
2.4.5	Extremstellenberechnung mit Nebenbedingung	108
2.5	Potentiale	113
2.5.1	Existenz eines Potentials – Integrabilitätsbedingungen	113
2.5.2	Potential bestimmen	114
2.6	Übungsaufgaben – Analysis mehrerer Veränderlicher	116
3	Differentialgleichungen (DGL)	119
3.1	Notationen	120
3.2	Typisierungen	121
3.2.1	Typisierung der DGL	121

3.2.2	Typisierung der Lösungsvarianten	124
3.3	Übergeordnete Lösungsansätze	125
3.3.1	Einordnung von Lösungsansätzen	125
3.3.2	TdV – Trennung der Variablen / Trennung der Veränderlichen	126
3.3.3	y_h : Euler-Ansatz	127
3.3.4	y_h : Lösungsformel (hom)	129
3.3.5	Superposition von partikulären Lösungen	129
3.3.6	y_p : Störgliedansatz	130
3.3.7	y_p : VdK – Variation der Konstanten	132
3.3.8	y_p : VdK (LGS Variante)	132
3.3.9	y_p : Lösungsformel (part)	133
3.4	Beispiele: Lineare DGL erster Ordnung	134
3.5	Beispiele: Lineare DGL höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten . .	136
3.6	Beispiele: Nicht-lineare DGL erster Ordnung	140
3.6.1	Bernoulli-DGL	142
3.6.2	Eulerhomogene-DGL	143
3.7	Übungsaufgaben – Differentialgleichungen	146