

Inhaltsverzeichnis

Teil I Numerische Methoden zur Lösung mathematischer Probleme

1	Einleitung	3
1.1	Entwicklung des Rechnens	3
1.2	Unterschiede zwischen analytischen und numerischen Methoden	5
2	Darstellung und Fehler	7
2.1	Rundungsfehler	8
2.2	Fehlerfortpflanzung	9
3	Lösung von Gleichungen mit einer Variable	13
3.1	Intervallschachtelung	13
3.2	Sekantenverfahren	15
3.3	Regel vom falschen Ansatz – <i>Regula Falsi</i>	16
3.4	Das Newton–Raphson Verfahren	17
4	Interpolation und Approximation	19
4.1	Interpolation mit Polynomen	19
4.1.1	Lagrangesche Polynominterpolation	19
4.1.2	Newtonsche Polynominterpolation	21
4.1.3	Hermitesche Polynome	22
4.2	Spline Interpolation	23
4.3	Trigonometrische Interpolation	25
4.4	Approximation – die inverse Analyse	28
4.5	Künstliche Intelligenz	33
5	Integration und Differentiation	39
5.1	Numerische Integration	39
5.1.1	Mittelpunkt- und Trapezregel	40
5.1.2	Newton–Cotes Quadratur	41
5.1.3	Gaußsche Quadratur	43
5.1.4	Quadratur im mehrdimensionalen Raum	49
5.2	Numerische Differentiation	50

VII

6	Verfahren zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	55
6.1	Einschrittverfahren	56
6.1.1	Euler-Vorwärts Methode	57
6.1.2	Euler-Rückwärts Methode	58
6.1.3	Mittelpunktregel	59
6.1.4	Trapezregel	59
6.2	Prädiktor-Korrektor Verfahren	60
6.2.1	Adams Verfahren	60
6.2.2	Runge–Kutta Methode	63
6.3	Systeme mit mehreren Gleichungen	65
7	Verfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen	67
7.1	Beispiele aus der mathematischen Physik	68
7.2	Beschreibung der Randbedingungen	70
7.3	Finite-Volumen-Methode	71
7.4	Finite-Elemente-Methode	74
8	Numerische Lösung der Gleichungssysteme	79
8.1	Die Gauß Eliminationsmethode	80
8.1.1	LU Zerlegung	82
8.1.2	Cholesky Zerlegung	83
8.2	Iterative Methoden	84
8.2.1	Richardson Verfahren	84
8.2.2	Jacobi Verfahren	85
8.2.3	Gauß–Seidel Verfahren	86
8.2.4	Relaxation	87
8.2.5	Verfahren der konjugierten Gradienten	87
9	Kurzfragen zur Wiederholung	91
9.1	Szenario für einen neuartigen Rechner	91
9.2	Szenario für den Rundungsfehler	92
9.3	Szenario für den Algorithmus zur Lösung einer Gleichung	93
9.4	Szenario für nicht passende Interpolationsmethoden	93
9.5	Szenario für FFT	94
9.6	Szenario für Approximation	94
9.7	Szenario für numerische Integration	95
9.8	Szenario für numerische Integration	96
9.9	Szenario für numerische Integration	96
9.10	Szenario zur Wahl der Methode zur Lösung einer partiellen Differentialgleichung	96
9.11	Szenario für die Implementierung der Wellengleichung	97
9.12	Szenario zur Wahl des Gleichungssystemlöser	98

Teil II Übungen zu den Methoden

10 Darstellung und Fehler	101
10.1 Zehnersystem und Binärsystem	101
10.2 Konditionierung	102
11 Lösung von Gleichungen mit einer Variable	105
11.1 Intervallschachtelung	107
11.2 Methode vom falschen Ansatz	108
11.3 Sekantenverfahren	109
11.4 Newton–Raphson Methode	110
12 Interpolation und Approximation	113
12.1 Polynom Interpolation	114
12.2 Spline Interpolation	120
12.3 FFT Methode	123
12.4 Approximation	127
13 Integration und Differentiation	133
13.1 Integration	134
13.2 Ableitung	140
14 Verfahren zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	143

Teil III Computerübungen mit konkreten Anwendungen

15 Einführung in Python	157
16 Binärsystem und Zehnersystem	167
17 Gleichungen mit einer Variable	169
18 Interpolation	173
18.1 Schrittweise Linearinterpolation	173
18.2 Lagrange Interpolation	176
18.3 Splineinterpolation	178
18.4 FFT einer Audiodatei	181
18.5 Übertragungsfunktion	185
19 Approximation	189
19.1 Lineare Regression	189
19.2 Nichtlineare Regression	193
19.3 Neuronales Netz für Wettervorhersage	197
20 Numerische Integration und Differentiation	203

21	Differentialgleichungen	209
21.1	Anfangswertproblem	209
21.2	Feder-Dämpfer System	211
21.3	1-D Deformation eines Biegebalkens	213
21.4	2-D elektrisches Feld im Kondensator	218
21.5	3-D Temperaturverteilung auf der Hauptplatte im Smartphone	221
	Weiterführende Literatur	227