

Winfried Scharlau

MATHEMATIK FÜR
NATURWISSENSCHAFTLER

ULB Darmstadt



16354686

LIT

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Teil A Einführung in die Differential- und Integralrechnung	1
1 Zahlen und Rechnen mit Zahlen	3
1.1 Die wichtigsten Zahlbereiche	3
1.2 Mittelwert, Streuung	4
1.3 Potenzrechnen	6
2 Logarithmen	9
2.1 Logarithmisches Rechnen	9
2.2 Beispiele	9
2.3 Logarithmen mit beliebiger Basis	15
3 Grundbegriffe der analytischen Geometrie	17
3.1 Ebene und Raum	17
3.2 Vektoren	18
3.3 Rechnen mit Vektoren	20
3.4 Das Vektor-Produkt	24
4 Geraden in der Ebene	27
4.1 Grundbegriffe	27
4.2 Regressions-Gerade	30
5 Funktionen	33
5.1 Der Funktionsbegriff	33
5.2 Rechnen mit Funktionen	34
5.3 Eigenschaften von Funktionen	36
5.4 Nullstellen	38
5.5 Extremwerte von Funktionen	38
5.6 Umskalieren	40
6 Elementare Funktionen	42
6.1 Polynom-Funktionen	42
6.2 Rationale Funktionen	44
6.3 Trigonometrische Funktionen	44
6.4 Exponential- und Logarithmusfunktion	49

7 Grundbegriffe der Differentialrechnung	52
7.1 Folgen und Grenzwerte	52
7.2 Differenzieren und Ableitungen	54
7.3 Beispiele	55
7.4 Rechenregeln für Ableitungen	56
7.5 Die Kettenregel	58
7.6 Umkehrfunktionen	60
8 Fortsetzung der Differentialrechnung, Kurvendiskussion	62
8.1 Geometrische Bedeutung der Ableitung	62
8.2 Höhere Ableitungen	63
8.3 Extremwerte	64
8.4 Kurvendiskussion	66
8.5 TAYLOR-Polynom und TAYLOR-Reihe	68
9 Elementare Funktionen	72
9.1 Geometrische Reihe	72
9.2 Trigonometrische Funktionen und Reihen	72
9.3 Exponentialreihe	74
9.4 Natürlicher Logarithmus	77
9.5 Allgemeine Exponentialfunktion	78
9.6 Exponentielles Wachstum	78
10 Integralrechnung	80
10.1 Berechnung von Flächeninhalten	80
10.2 Rechenregeln	83
10.3 Beispiele	86
10.4 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	90
10.5 Flächeninhalt	91
10.6 Numerische Berechnung	93
11 Grundbegriffe für Funktionen mehrerer Veränderlicher	95
11.1 Grundbegriffe	95
11.2 Lokale Extrema	97
11.3 Kurven	99
12 Differentialgleichungen	101
12.1 Einfache Beispiele	101
12.2 Numerische Lösungsverfahren	103
12.3 Existenz- und Eindeutigkeitssatz	106
12.4 Weitere Beispiele	106
12.5 Die Differentialgleichung der Höhenlinien	110

13 Die Schwingungsgleichung	112
13.1 Ungedämpfte Schwingungen	112
13.2 Gedämpfte Schwingungen	114
13.3 Erzwungene Schwingungen	117
14 Modelle der Populationsdynamik	121
14.1 Einführung	121
14.2 Nahrungskonkurrenz	122
14.3 Räuber-Beute-Systeme. LOTKA-VOLTERRA-Gleichungen	124
14.4 Ergänzungen und Ausblick	132
Teil B Einführung in die Stochastik	137
1 Grundbegriffe der Kombinatorik	139
1.1 Binomial-Koeffizienten	139
1.2 Kombinationen und Permutationen	144
1.3 Mengen von Teilmengen	144
1.4 Die STIRLINGsche Formel	146
2 Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	148
3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten	153
3.1 Bedingte Wahrscheinlichkeiten	154
3.2 Abhängigkeit und Unabhängigkeit	158
3.3 Das HARDY-WEINBERG-Gesetz	159
4 Beispiele für Wahrscheinlichkeitsverteilungen	161
4.1 LAPLACE-Verteilung	161
4.2 BERNOULLI-Experiment	161
4.3 Binomial-Verteilung	161
4.4 POISSON-Verteilung	163
4.5 Anwendungen der POISSON-Verteilung	165
4.6 Geometrische Verteilung – Negative Binomial-Verteilung	167
4.7 Hypergeometrische Verteilung	168
5 Grundbegriffe der beschreibenden Statistik	170
5.1 Tabellarische und graphische Darstellung	170
5.2 Mittelwert und Streuung	172
5.3 Regressions-Gerade und das Prinzip der kleinsten Quadrate	176
5.4 Median	178
6 Zufallsgrößen	179
6.1 Zufallsgrößen, Erwartungswert, Varianz	179
6.2 Abhängige und unabhängige Zufallsgrößen - Kovarianz, Korrelation	185

7 Kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen	189
7.1 Kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen	189
7.2 Beispiele	192
7.3 Die GAUSS'sche Normalverteilung	193
8 Grundprobleme der schließenden Statistik	201
8.1 Fragestellungen	201
8.2 Ein Beispiel: Der Vorzeichentest	202
8.3 χ^2 -Prüfverfahren	204
8.4 χ^2 -Unabhängigkeitstest	205
9 Statistik der Normalverteilung, die χ^2-Verteilung	208
9.1 Statistische Sicherheit des Erwartungswertes	208
9.2 Mathematische Bemerkungen	210
9.3 Statistische Sicherheit der Varianz	212
9.4 Die χ^2 -Verteilung	213
9.5 Der zentrale Grenzwertsatz	216
9.6 Test auf Normalverteilung	217
10 Nichtparametrische Tests	219
10.1 Der U -Test nach MANN-WHITNEY	219
10.2 Verbundene Stichproben – Der WILCOXON-Test	222
Literaturhinweise	224
Index	226