

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
1 Vektorrechnung	1
1.1 Grundlagen der Vektorrechnung	1
1.1.1 Richtung und Betrag	1
1.1.2 Normierung	3
1.1.3 Einfache Rechenoperationen	4
1.1.4 Masse und Schwerpunkt	7
1.1.5 Kanonische Basisdarstellung	8
1.1.6 Geometrie mit Vektoren	8
1.1.7 Statik	11
1.2 Skalarprodukt	14
1.2.1 Skalarprodukt und Projektion	15
1.2.2 Folgerungen aus dem Skalarprodukt	16
1.2.3 Skalarprodukt in Komponenten	18
1.2.4 Weitere Rechenregeln	19
1.2.5 Parallel-Senkrecht-Zerlegung	20
1.2.6 Skalarprodukte in der Physik	22
1.3 Vektorprodukt	23
1.3.1 Definition des Kreuzprodukts	23
1.3.2 Folgerungen und Rechenregeln	24
1.3.3 Kreuzprodukt in Komponenten	25
1.3.4 Doppelte Produkte	27
1.3.5 Lorentz-Kraft	30
1.4 Vektorgleichungen	32
1.4.1 Gerade	32
1.4.2 Ebenengleichung	33
1.4.3 Kreis- und Kugelgleichung	35
1.5 Koordinatensysteme	37
1.5.1 Orientierung	37
1.5.2 Orthonormalbasis	38
1.5.3 Koordinatensysteme	39
2 Lineare Algebra	45
2.1 Matrizenrechnung	45
2.1.1 Matrixbegriff	45
2.1.2 Grundlegende Rechengesetze	46
2.1.3 Die Determinante	51
2.1.4 Inverse einer Matrix	55
2.1.5 Weitere Matrixoperationen	56
2.2 Lineare Gleichungssysteme	61
2.2.1 Was ist ein lineares Gleichungssystem?	61

2.2.2	Gauß-Algorithmus	62
2.2.3	Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	64
2.2.4	Matrizengleichungen	66
2.3	Abbildungen	68
2.3.1	Abbildungsmatrix	68
2.3.2	Spiegelungen	70
2.3.3	Drehungen	71
2.3.4	Allgemeine Drehmatrix	75
2.3.5	Basiswechsel = Drehung des Koordinatensystems	77
2.4	Diagonalisierung und Hauptachsentransformation	79
2.4.1	Eigenwertproblem	79
2.4.2	Diagonalisierung	80
2.4.3	Quadriken	83
2.4.4	Hauptachsentransformation	85
3	Rechnen mit Indizes	91
3.1	Einstein'sche Summenkonvention	91
3.2	Skalarprodukt und das Kronecker-Symbol	93
3.2.1	Skalarprodukt in Indizes	93
3.2.2	Definition des Kronecker-Symbols	94
3.2.3	Rechenregeln für das Kronecker-Symbol	94
3.2.4	Interpretation des Kronecker-Symbols δ_{ij}	96
3.3	Der Levi-Civita-Tensor	97
3.3.1	Zyklische und antizyklische Permutationen	97
3.3.2	Das Levi-Civita-Symbol	98
3.3.3	Spatprodukt und Kreuzprodukt in Kurzform	99
3.4	Produkte mit Kronecker und Levi-Civita	101
3.5	„Anwendungen“	103
3.5.1	Beweis der bac-cab-Formel	103
3.5.2	Matrizenrechnung in Kurzform	104
3.5.3	Tensoren	106
4	Differenzialrechnung	109
4.1	Ableitungen	109
4.1.1	Begriff der Ableitung	109
4.1.2	Ableitungsregeln	113
4.1.3	Kurvendiskussion light	118
4.2	Mehrdimensionale Ableitungen	124
4.2.1	Skalare Funktionen mehrerer Veränderlicher	124
4.2.2	Partielle Ableitung und Gradient	127
4.2.3	Lokale Extrema	131
4.3	Reihenentwicklung	136
4.3.1	Taylor-Entwicklung in 1-D	136
4.3.2	Hilfreiche Reihen	137

4.3.3	e hoch Matrix	139
4.3.4	Allgemeine Taylor-Entwicklung	141
4.4	Ableitung vektorwertiger Funktionen	143
4.4.1	Jacobi-Matrix und Funktionaldeterminante	144
4.4.2	Kettenregel	145
4.4.3	Totales Differenzial	149
5	Integration	153
5.1	Grundlegende Integralrechnung	153
5.1.1	Integralbegriff	153
5.1.2	Der Hauptsatz	154
5.1.3	Einfache Integrationsregeln und -tricks	157
5.2	Integrationsmethoden	160
5.2.1	Partielle Integration	160
5.2.2	Integration durch Substitution	161
5.2.3	Ableiten nach Parametern	165
5.2.4	Partialbruchzerlegung	166
5.3	Mehrfachintegration	168
5.3.1	Flächenintegrale	169
5.3.2	Volumenintegrale	171
5.3.3	Integraltransformationssatz	173
5.3.4	Masse und Schwerpunkt	177
5.4	Distributionen	181
5.4.1	Delta-Distribution	181
5.4.2	Der große Bruder: $\Theta(x)$	186
6	Bahnkurven	189
6.1	Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung	189
6.2	Bewegungen	192
6.2.1	Geradlinig gleichförmige Bewegung	192
6.2.2	Geradlinig gleichmäßig beschleunigte Bewegung	193
6.2.3	Kreisbewegung	194
6.2.4	Zusammengesetzte Bewegungen	196
6.3	Bogenlänge	198
6.4	Geschwindigkeit in krummlinigen Koordinaten	200
7	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	203
7.1	Grundlagen	203
7.1.1	Was ist eine Differenzialgleichung (DGL)?	203
7.1.2	Klassifikation und Terminologie	204
7.1.3	Eine wichtige DGL: Newton	205
7.2	Lösungsansätze	205
7.3	Gekoppelte Differenzialgleichungen	215
8	Komplexe Zahlen	219

8.1	Grundlagen	219
8.1.1	i-Gitt i-Gitt	219
8.1.2	Rechenregeln	220
8.1.3	Komplexe Zahlen in Polarkoordinaten	222
8.2	Trigonometrie mit komplexen Zahlen	223
8.2.1	Euler-Formel	223
8.2.2	Sinus und Kosinus	225
8.3	Anwendungen	226
8.3.1	Komplexe Exponentialreihe	226
8.3.2	Harmonischer Oszillator	227
9	Vektoranalysis	229
9.1	Was ist ein Feld?	229
9.2	Operatoren der Vektoranalysis	230
9.2.1	Gradient, Divergenz und Rotation	230
9.2.2	Laplace	233
9.2.3	Noch mehr ∇	233
9.2.4	Ableiten in Indexschreibweise	235
9.3	Krummlinige Koordinaten	238
9.3.1	Bestimmung der Basisvektoren in neuen Koordinaten	238
9.3.2	Tangentialvektoren und Oberflächenintegrale	239
9.3.3	∇ in krummlinigen Koordinaten	241
9.4	Integralsätze	245
9.4.1	Satz von Gauß	245
9.4.2	Satz von Stokes, Kurvenintegral	248
10	Fourier-Analysis	251
10.1	Die Idee	251
10.2	Fourier-Reihe	252
10.2.1	Fourier-Zerlegung	252
10.2.2	Eigenschaften der Fourier-Reihe	252
10.2.3	Parsevals Theorem	255
10.3	Fourier-Transformation	255
10.3.1	Definition und Eigenschaften	256
10.3.2	Spezielle Fourien	257
10.3.3	Fourier-Trafo der Zeit	258
10.3.4	3-D- und 4-D-Fourier-Transformation	259
10.3.5	DGL-Lösung per Fourier	260
11	Partielle Differenzialgleichungen	263
11.1	Was ist eine partielle Differenzialgleichung?	263
11.2	Laplace-Gleichung und Poisson-Gleichung	265
11.2.1	Laplace-Gleichung	265
11.2.2	Kugelsymmetrische Lösung	266
11.2.3	Poisson-Gleichung	266

11.3	Kontinuitätsgleichung	268
11.4	Diffusionsgleichung	269
11.4.1	Diffusion und Wärmeausbreitung	269
11.4.2	Formale Lösung der Diffusionsgleichung	269
11.4.3	Diffusion im kugelsymmetrischen Fall	271
11.4.4	Allgemeine Lösung	272
11.5	Wellen	274
11.5.1	Die Wellengleichung	274
11.5.2	1-D-Wellengleichung	275
11.5.3	Kugelsymmetrische Lösung	278
11.5.4	Ebene Wellen sind einfachste Lösung der 3-D-Wellengleichung	279
12	Einfache Anwendungen in der Mechanik	283
12.1	Grundbegriffe	283
12.2	Newton	284
12.2.1	Newton'sche Axiome	284
12.2.2	Newton'sche Bewegungsgleichung	285
12.2.3	Wichtige mechanische Kräfte	286
12.2.4	Konservative Kräfte, Zentralkräfte	289
12.3	Energie, Impuls und Arbeit	293
12.3.1	Energiesatz und Potenzial	293
12.3.2	Impuls	297
12.3.3	Arbeit	300
12.3.4	Formale Lösung des 1-D-Energiesatzes	304
12.4	Rotationen	306
12.4.1	Drehimpuls und Drehmoment	306
12.4.2	Drehimpulserhaltung	308
12.4.3	Inertialsystem und Scheinkräfte	309
12.5	Teilchen im Potenzial	312
12.5.1	Bewegungen im Potenzial	312
12.5.2	Symmetrien und Erhaltungsgrößen	313
12.5.3	Effektives Potenzial	315
12.6	Schwingungen	317
12.6.1	Mathematisches Pendel	317
12.6.2	Der harmonische Oszillator	319
12.6.3	Exakte Schwingungsperiode in einem Potenzial	322
12.6.4	Kleine Schwingungen im Potenzial	323
12.6.5	Gekoppelte Schwingungen	325
12.6.6	Schwingungen im mehrdimensionalen Potenzial	329
12.7	Rotation eines Körpers	332
12.7.1	Grundbegriffe	332
12.7.2	Trägheitstensor und -moment	333
12.7.3	Stabile Rotation	335

13	Einfache Anwendungen in der Elektrodynamik	339
13.1	Bewegung eines geladenen Teilchens	339
13.1.1	Ladung	339
13.1.2	Strom	340
13.1.3	Kontinuitätsgleichung	342
13.1.4	Ladung in \vec{E} - und \vec{B} -Feldern	343
13.2	Maxwell-Gleichungen	345
13.2.1	Interpretation der Maxwell-Gleichungen	345
13.2.2	Andere Maßsysteme	347
13.2.3	Integrale Maxwell-Gleichungen	348
13.2.4	Kontinuitätsgleichung	349
13.3	Elektrostatik	350
13.3.1	Gleichungen der Elektrostatik	350
13.3.2	Lösung durch Ansatz	351
13.3.3	Lösung per Skalarpotenzial	352
13.4	Magnetostatik	355
13.4.1	Gleichungen der Magnetostatik	355
13.4.2	Lösung durch Ansatz	355
13.4.3	Lösung per Vektorpotenzial, Satz von Biot-Savart	357
13.5	Elektromagnetische Wellen	359
13.5.1	Homogene Wellengleichungen	359
13.5.2	Ebene elektromagnetische Wellen	362
13.5.3	Lösung der allgemeinen Maxwell-Gleichungen	364
A	Klausur „spielen“	368
	Literaturverzeichnis	373
	Index	375