

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Vorbemerkung.	1
-----------------------	---

Erster Teil.

Die geschichtliche Entwicklung bis einschließlich RIEMANNS Arbeit

aus dem Jahre 1857 2

Einleitung: Erstes Auftreten der hypergeometrischen Funktion: Reihe, Differentialgleichung, bestimmtes Integral	2
Erster Abschnitt: Die hypergeometrische Reihe $F(a, b; c; x)$	8
§ 1. GAUSS' Arbeit: Konvergenz der Reihe, verwandte Funktionen, Bestim- mung von $F(a, b; c; 1)$	8
§ 2. Verhalten der Reihe auf dem Konvergenzkreis	15
§ 3. Verschiedene Verallgemeinerungen	20
Zweiter Abschnitt: Die hypergeometrische Differentialgleichung	23
§ 4. Allgemeines über die Integration von Differentialgleichungen. Die RIE- MANNsche Bezeichnung der P -Funktion	23
§ 5. Existenz der Lösungen	27
§ 6. Reihenentwicklungen für die Umgebung einer singulären Stelle	33
§ 7. Reihenentwicklungen bei ganzzahligen Exponentendifferenzen: Aus- nahmefall zweiter Ordnung	35
§ 8. Reihenentwicklungen bei ganzzahligen Exponentendifferenzen: Aus- nahmefall erster Ordnung	40
§ 9. Die 24 Reihenentwicklungen von KUMMER und ihre Konvergenzbereiche	43
§ 10. Lineare Beziehungen zwischen den verschiedenen Fundamentallösungen	49
§ 11. RIEMANNS Grundauffassung. Die Monodromiegruppe der P -Funktion	53
§ 12. Kanonische Form der erzeugenden Substitutionen	57
Dritter Abschnitt: Darstellung der hypergeometrischen Funktion durch bestimmte Integrale.	62
§ 13. Integrationswege. Homogene Schreibweise	62
§ 14. Grundeigenschaften der Gammafunktion	68
§ 15. Definition der Gammafunktion durch das Schleifenintegral	76
§ 16. Das EULERSche Integral erster Art	79
§ 17. Verallgemeinerung der EULERSchen Integrale	85
§ 18. Das hypergeometrische Integral. Seine Vieldeutigkeit	88
A. Algebraische Bemerkungen	89
B. Funktionentheoretische Bemerkungen	91
§ 19. Funktionentheoretische Untersuchung des hypergeometrischen Integrals, insbesondere sein Zusammenhang mit der P -Funktion	96
§ 20. Theorie der P -Funktion vom Integral aus	103
§ 21. Die zu einer P -Funktion gehörigen acht Integrale. Homogene Normie- rung der P -Funktion	109
§ 22. Anhang zum dritten Abschnitt: Einige Bemerkungen über lineare Diffe- rentialgleichungen zweiter Ordnung mit n singulären Stellen der Be- stimmtheit ($n \geq 3$)	116

	Seite
Vierter Abschnitt: Abschließende Bemerkungen zu RIEMANNS Abhandlung aus dem Jahre 1857	118
§ 23. Der allgemeine Charakter der Abhandlung, ihre Gliederung	118
§ 24. Bedeutung des Wertes der Exponentensumme. Nebenpunkte	123
§ 25. Die verwandten Funktionen. GAUSS' Kettenbruch	128
§ 26. Verallgemeinerung: Das Fragment XXI aus RIEMANNS Nachlaß	132

Zweiter Teil.

Die konforme Abbildung durch den Quotienten η 138

Erste Hälfte.

Der allgemeine Ansatz 138

Erster Abschnitt: Differentialgleichung dritter Ordnung für η	138
§ 27. Einführung der Differentialgleichung	138
§ 28. Allgemeine Lösung der Differentialgleichung dritter Ordnung. Konforme Abbildung	143
§ 29. Beziehung zur linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung; Riccati-sche Differentialgleichung	147
§ 30. Exkurs über die LIESCHE Auffassung	151
§ 31. Gewöhnliche Riccati-sche Differentialgleichung. BESSELSche Funktionen	154

Zweiter Abschnitt: Übersicht über die sphärische Trigonometrie 158

§ 32. Die elementaren Ansätze; analytische Auffassung	158
§ 33. Transzendente und algebraische Trigonometrie	162
§ 34. Transzendente Trigonometrie. Der „Kern“; die „verwandten“ Dreiecke	166
§ 35. Algebraische Trigonometrie	169
§ 36. Trigonometrie als Invariantentheorie dreier diametraler quadratischer Formen	173
§ 37. Übertragung auf beliebige quadratische Formen	179
§ 38. Exkurs über nichteuklidische Geometrie	182
§ 39. Die SCHILLINGSche Figur	189
§ 40. Kinematische Bedeutung des Kerns	193

Dritter Abschnitt: Der Fundamentalbereich der η -Funktion 196

§ 41. Fundamentalbereich und Kern	196
§ 42. Monodromiegruppe und sphärische Trigonometrie	201
§ 43. Verwandte Funktionen. Nebenpunkte usw.	204

Zweite Hälfte.

Der besondere Fall reeller Exponenten 206

Vierter Abschnitt: Einleitung	✓ 206
§ 44. Die Kreisbogendreiecke als Flächen (Membrane)	206
§ 45. Die Ergänzungsrelationen	210

Fünfter Abschnitt: Genaueres Studium der Dreiecke 211

§ 46. Grundlegende Beziehungen. Drei Fälle des Kerns	211
§ 47. Die Maßzahlen der Winkel und Seiten	215
§ 48. Die zu einem Kern gehörigen reduzierten Dreiecke	219
§ 49. Besonderheiten des Falles II	225
§ 50. Übergang zu den allgemeinsten Dreiecksflächen	228
§ 51. Ganzzahlige Exponenten	234
§ 52. Der BESSELSche Grenzfall	238

	Inhaltsverzeichnis.	IX
		Seite
Sechster Abschnitt: Funktionentheoretische Bedeutung der Figuren		239
§ 53. Die Gleichung $\eta(z) = \text{konst.}$		239
§ 54. Die zu zwei verwandten P -Funktionen gehörige Determinante		243
Siebenter Abschnitt: Analytische Fortsetzung der η-Funktion		249
§ 55. Einführung des Symmetrieprinzips (Spiegelungsprinzips).		249
Achter Abschnitt: Zurückführung auf niedere Funktionen.		
(Erste Anwendung des Symmetrieprinzips)		254
§ 56. Rationale Funktionen		254
§ 57. Algebraische Funktionen, insbesondere der Ikosaederfall		257
§ 58. Allgemeines über rationale Transformation		266
§ 59. Zusammenhänge zwischen verwandten Funktionen		268
§ 60. η -Funktionen, die sich auf unbestimmte Integrale reduzieren lassen .		274
§ 61. Stellung zu PICARD-VESSIOT		279
Neunter Abschnitt: Zurückführung auf eindeutige Funktionen.		
(Zweite Anwendung des Symmetrieprinzips)		286
§ 62. Eindeutig umkehrbare η -Funktionen		286
§ 63. Darstellung aller η -Funktionen durch besondere η -Funktionen		295
Anmerkungen		303
Literaturverzeichnis		336
Sachverzeichnis		343