

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Vorbemerkung. . . . .	1
Erster Teil.	
Die geschichtliche Entwicklung bis einschließlich RIEMANNS Arbeit aus dem Jahre 1857 . . . . .	2
Einleitung: Erstes Auftreten der hypergeometrischen Funktion: Reihe, Differentialgleichung, bestimmtes Integral . . . . .	2
Erster Abschnitt: Die hypergeometrische Reihe $F(a, b; c; x)$ . . . .	8
§ 1. GAUSS' Arbeit: Konvergenz der Reihe, verwandte Funktionen, Bestimmung von $F(a, b; c; 1)$ . . . . .	8
§ 2. Verhalten der Reihe auf dem Konvergenzkreis . . . . .	15
§ 3. Verschiedene Verallgemeinerungen . . . . .	20
Zweiter Abschnitt: Die hypergeometrische Differentialgleichung . . . .	23
§ 4. Allgemeines über die Integration von Differentialgleichungen. Die RIEMANNSche Bezeichnung der $P$ -Funktion . . . . .	23
§ 5. Existenz der Lösungen . . . . .	27
§ 6. Reihenentwicklungen für die Umgebung einer singulären Stelle . . . .	33
§ 7. Reihenentwicklungen bei ganzzahligen Exponentendifferenzen: Ausnahmefall zweiter Ordnung . . . . .	35
§ 8. Reihenentwicklungen bei ganzzahligen Exponentendifferenzen: Ausnahmefall erster Ordnung . . . . .	40
§ 9. Die 24 Reihenentwicklungen von KUMMER und ihre Konvergenzbereiche . . . .	43
§ 10. Lineare Beziehungen zwischen den verschiedenen Fundamentallösungen . . . .	49
§ 11. RIEMANNS Grundauffassung. Die Monodromiegruppe der $P$ -Funktion . . . .	53
§ 12. Kanonische Form der erzeugenden Substitutionen . . . . .	57
Dritter Abschnitt: Darstellung der hypergeometrischen Funktion durch bestimmte Integrale. . . . .	62
§ 13. Integrationswege. Homogene Schreibweise . . . . .	62
§ 14. Grundeigenschaften der Gammafunktion. . . . .	68
§ 15. Definition der Gammafunktion durch das Schleifenintegral . . . . .	76
§ 16. Das EULERSche Integral erster Art . . . . .	79
§ 17. Verallgemeinerung der EULERSchen Integrale . . . . .	85
§ 18. Das hypergeometrische Integral. Seine Vieldeutigkeit. . . . .	88
A. Algebraische Bemerkungen . . . . .	89
B. Funktionentheoretische Bemerkungen . . . . .	91
§ 19. Funktionentheoretische Untersuchung des hypergeometrischen Integrals, insbesondere sein Zusammenhang mit der $P$ -Funktion . . . . .	96
§ 20. Theorie der $P$ -Funktion vom Integral aus . . . . .	103
§ 21. Die zu einer $P$ -Funktion gehörigen acht Integrale. Homogene Normierung der $P$ -Funktion . . . . .	109
§ 22. Anhang zum dritten Abschnitt: Einige Bemerkungen über lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit $n$ singulären Stellen der Bestimmtheit ( $n \geq 3$ ) . . . . .	116

	Seite
Vierter Abschnitt: Abschließende Bemerkungen zu RIEMANNS Ab- handlung aus dem Jahre 1857 . . . . .	118
§ 23. Der allgemeine Charakter der Abhandlung, ihre Gliederung . . . . .	118
§ 24. Bedeutung des Wertes der Exponentensumme. Nebenpunkte . . . . .	123
§ 25. Die verwandten Funktionen. GAUSS' Kettenbruch . . . . .	128
§ 26. Verallgemeinerung: Das Fragment XXI aus RIEMANNS Nachlaß . . . . .	132

## Zweiter Teil.

### Die konforme Abbildung durch den Quotienten $\eta$ . . . 138

#### Erste Hälfte.

##### Der allgemeine Ansatz . . . . . 138

Erster Abschnitt: Differentialgleichung dritter Ordnung für $\eta$ . . . . .	138
§ 27. Einführung der Differentialgleichung . . . . .	138
§ 28. Allgemeine Lösung der Differentialgleichung dritter Ordnung. Konforme Abbildung . . . . .	143
§ 29. Beziehung zur linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung; RICCATI- sche Differentialgleichung . . . . .	147
§ 30. Exkurs über die LIESCHE Auffassung . . . . .	151
§ 31. Gewöhnliche RICCATISCHE Differentialgleichung. BESSELSche Funktionen . . . . .	154
Zweiter Abschnitt: Übersicht über die sphärische Trigonometrie . . . . .	158
§ 32. Die elementaren Ansätze; analytische Auffassung . . . . .	158
§ 33. Transzendente und algebraische Trigonometrie . . . . .	162
§ 34. Transzendente Trigonometrie. Der „Kern“; die „verwandten“ Dreiecke . . . . .	166
§ 35. Algebraische Trigonometrie . . . . .	169
§ 36. Trigonometrie als Invariantentheorie dreier diametraler quadratischer Formen . . . . .	173
§ 37. Übertragung auf beliebige quadratische Formen . . . . .	179
§ 38. Exkurs über nichteuklidische Geometrie . . . . .	182
§ 39. Die SCHILLINGSche Figur. . . . .	189
§ 40. Kinematische Bedeutung des Kerns . . . . .	193
Dritter Abschnitt: Der Fundamentalbereich der $\eta$ -Funktion . . . . .	196
§ 41. Fundamentalbereich und Kern . . . . .	196
§ 42. Monodromiegruppe und sphärische Trigonometrie. . . . .	201
§ 43. Verwandte Funktionen. Nebenpunkte usw. . . . .	204

#### Zweite Hälfte.

##### Der besondere Fall reeller Exponenten . . . . . 206

Vierter Abschnitt: Einleitung . . . . .	206
§ 44. Die Kreisbogendreiecke als Flächen (Membrane) . . . . .	206
§ 45. Die Ergänzungsrelationen . . . . .	210
Fünfter Abschnitt: Genauerer Studium der Dreiecke . . . . .	211
§ 46. Grundlegende Beziehungen. Drei Fälle des Kerns . . . . .	211
§ 47. Die Maßzahlen der Winkel und Seiten . . . . .	215
§ 48. Die zu einem Kern gehörigen reduzierten Dreiecke . . . . .	219
§ 49. Besonderheiten des Falles II . . . . .	225
§ 50. Übergang zu den allgemeinsten Dreiecksflächen . . . . .	228
§ 51. Ganzzahlige Exponenten . . . . .	234
§ 52. Der BESSELSche Grenzfall . . . . .	238

Sechster Abschnitt: Funktionentheoretische Bedeutung der	
Figuren . . . . .	239
§ 53. Die Gleichung $\eta(x) = \text{konst.}$ . . . . .	239
§ 54. Die zu zwei verwandten $P$ -Funktionen gehörige Determinante . . .	243
Siebenter Abschnitt: Analytische Fortsetzung der $\eta$ -Funktion	249
§ 55. Einführung des Symmetrieprinzips (Spiegelungsprinzips). . . . .	249
Achter Abschnitt: Zurückführung auf niedrigere Funktionen.	
(Erste Anwendung des Symmetrieprinzips) . . . . .	254
§ 56. Rationale Funktionen . . . . .	254
§ 57. Algebraische Funktionen, insbesondere der Ikosaederfall . . . . .	257
§ 58. Allgemeines über rationale Transformation . . . . .	266
§ 59. Zusammenhänge zwischen verwandten Funktionen . . . . .	268
§ 60. $\eta$ -Funktionen, die sich auf unbestimmte Integrale reduzieren lassen .	274
§ 61. Stellung zu PICARD-VESSIOT . . . . .	279
Neunter Abschnitt: Zurückführung auf eindeutige Funktionen.	
(Zweite Anwendung des Symmetrieprinzips) . . . . .	286
§ 62. Eindeutig umkehrbare $\eta$ -Funktionen . . . . .	286
§ 63. Darstellung aller $\eta$ -Funktionen durch besondere $\eta$ -Funktionen . . .	295
Anmerkungen . . . . .	303
Literaturverzeichnis . . . . .	336
Sachverzeichnis . . . . .	343