

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
Einleitung	7
I. Der Stoff	15
1. Projektive Geometrie im Raum	17
1.1. Hexaeder und Oktaeder – eine Gegenüberstellung	17
1.2. Vereinigung von Hexaeder und Oktaeder	29
Zusammenfassung	37
1.3. Bewegung – die Polarität im Raum	39
1.3.1. Erste Übung	39
1.3.2. Zweite Übung	43
1.3.3. Dritte Übung – Die große Metamorphose	45
1.4. Was ist eine Gerade?	54
Zusammenfassung	56
1.5. Die Fernelemente der Projektiven Geometrie	59
1.5.1. Ein kühner Schritt	59
1.5.2. Ein kleines Problem	61
1.5.3. Die Auflösung der Fragezeichen	63
1.6. Die Beziehungen der Grundelemente zueinander und das Dualitätsgesetz	71
1.7. Die Grundgebilde der Projektiven Geometrie	76
Zusammenfassung	81
2. Projektive Geometrie in der Ebene	83
2.1. Das Dualitätsgesetz in der Ebene	83
2.2. Die Teilung der Ebene durch Geraden und Punkte	88
2.2.1. Punktgebiete und Strahlenbereiche	88
2.2.2. Eine Bewegungsmetamorphose	90
2.2.3. Der Zyklus der Fünfheit	93
	11

2.3.	Der Satz von Desargues	96
2.3.1.	Formulierung	96
2.3.2.	Die Konfiguration in Bewegung	99
2.3.3.	Sonderfälle	102
2.3.4.	Die Konfiguration im Raum	103
2.3.5.	Beweis des Satzes in der Ebene	104
2.4.	Kurven 2. Ordnung	108
2.4.1.	Konstruktion	109
2.4.2.	Metamorphosen	112
2.4.3.	Die Sätze von Pascal und Brianchon	113
2.5.	Die Struktur der projektiven Ebene und das Möbiusband	114

II. Die Form 119

3. Die Struktur der Epoche 121

4. Zur Stoffauswahl 127

4.1.	Warum wird das Schwergewicht auf die räumliche Geometrie gelegt?	127
4.2.	Der Übergang ins Zweidimensionale	128
4.3.	Satz von Pappos-Pascal oder Satz von Desargues?	129

5. Zur Zeiteinteilung 131

6. Materialien 135

6.1.	Spruchgut	135
6.2.	Erzählstoff	137
6.2.1.	Girard Desargues	137
6.2.2.	Jean Victor Poncelet	139
6.2.3.	Michel Chasles	140
6.2.4.	Jakob Steiner	143
6.2.5.	Karl Georg Christian von Staudt	147
6.3.	Testfragen	150

III. Anhang	153
7. Dualität in der Polareuklidischen Geometrie	155
7.1. Satz des Thales	156
7.2. Tangenten am Kreis	158
7.3. Inkreis und Umellipse	159
7.4. Satz des Pythagoras	160
7.5. Eine Kreismetamorphose	161