

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zum Mathematikunterricht in der Grundschule</b>	<b>1</b>
1.1	Zur Einstimmung	1
1.2	Vergleichsuntersuchungen	6
1.3	Bildungsstandards	8
1.3.1	Allgemeine mathematische Kompetenzen	14
1.3.1.1	Problemlösen	16
1.3.1.2	Kommunizieren	20
1.3.1.3	Argumentieren	22
1.3.1.4	Modellieren	24
1.3.1.5	Darstellen	25
1.3.2	Zur Realisierung allgemeiner mathematischer Kompetenzen	27
1.3.2.1	Integration von inhaltlichen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen	27
1.3.2.2	Bewusstheit	30
1.3.2.3	Rolle der Inhalte	32
1.3.3	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	34
1.3.4	Anforderungsbereiche	35
1.4	Konsequenzen für Lehrpersonen und Unterricht	36
<b>2</b>	<b>Inhaltsbereiche des Mathematikunterrichts</b>	<b>39</b>
2.1	Arithmetik	40
2.1.1	Der Zahlbereich der natürlichen Zahlen	41
2.1.2	Zahlenräume	42
2.1.3	Komplexität des Zahlbegriffs (Zahlaspekte)	43
2.1.4	Zählfähigkeit und Zählprinzipien	45
2.1.5	Dekadischer Aufbau des Zahlsystems	53
2.1.5.1	Stellenwertsysteme	54
2.1.5.2	Dekadische und nichtdekadische Stellenwertsysteme	56
2.1.5.3	Rechnen in Stellenwertsystemen	57

2.1.6	Rechenoperationen und Gesetzmäßigkeiten . . . . .	62
2.1.6.1	Addition und Subtraktion . . . . .	62
2.1.6.2	Multiplikation und Division . . . . .	66
2.1.6.3	Rechengesetze . . . . .	80
2.1.7	Rechenmethoden . . . . .	84
2.1.7.1	Kopfrechnen . . . . .	84
2.1.7.2	Halbschriftliches Rechnen . . . . .	88
2.1.7.3	Schriftliche Rechenverfahren . . . . .	90
2.1.7.4	Taschenrechner . . . . .	93
2.1.7.5	Zum Verhältnis der vier Rechenmethoden . . . . .	93
2.2	Geometrie . . . . .	95
2.2.1	Zur Situation des Geometrieunterrichts in der Grundschule . . . . .	98
2.2.2	Fundamentale Ideen der Elementargeometrie . . . . .	105
2.2.3	Verteilung der Inhalte . . . . .	120
2.3	Sachrechnen . . . . .	124
2.3.1	Mathematisierung und Modellbildung . . . . .	126
2.3.2	Funktionen des Sachrechnens . . . . .	128
2.3.3	Typen von Sachaufgaben . . . . .	131
2.3.3.1	Sachbilder . . . . .	132
2.3.3.2	Eingekleidete Aufgaben . . . . .	133
2.3.3.3	Textaufgaben und Denkaufgaben . . . . .	134
2.3.3.4	Erfinden von Rechengeschichten . . . . .	137
2.3.3.5	Sachprobleme . . . . .	138
2.3.3.6	Sachstrukturiertes Üben . . . . .	141
2.3.3.7	Sachtexte . . . . .	141
2.3.3.8	Projekte . . . . .	145
2.3.3.9	Rückschau . . . . .	147
2.3.4	Schätzen und Überschlagen . . . . .	148
2.3.5	Größen . . . . .	150
2.3.5.1	Größenbereiche . . . . .	151
2.3.5.2	Größenvorstellungen . . . . .	153
2.3.5.3	Zur unterrichtlichen Behandlung von Größen . . . . .	156
2.3.5.4	Dezimalzahlen . . . . .	157
2.3.6	Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit . . . . .	158
2.3.6.1	Umgang mit Daten . . . . .	159
2.3.6.2	Zufall und Wahrscheinlichkeit . . . . .	167
<b>3</b>	<b>Grundideen des Mathematiklernens . . . . .</b>	<b>175</b>
3.1	Entdeckendes Lernen und produktives Üben . . . . .	178
3.1.1	Lernen: kleinschrittig auf vorgegebenen Wegen vs. ganzheitlich auf eigenen Wegen . . . . .	178
3.1.2	Üben: Reproduktion und Quantität vs. Produktivität und Qualität . . . . .	187
3.1.3	Spielerisches Lernen und Üben . . . . .	194

3.2	Soziales Lernen	203
3.2.1	Einführendes Unterrichtsbeispiel	203
3.2.2	Theoretische Hintergründe	205
3.2.3	Begründungen des sozialen Lernens	207
3.2.4	Didaktische Folgerungen	209
3.2.5	Ein Mut machendes Beispiel	215
3.3	Didaktische Prinzipien	219
<b>4</b>	<b>Organisation von Lernprozessen</b>	<b>239</b>
4.1	Standortbestimmungen/Vorkenntnisse	240
4.1.1	Ein Einführungsbeispiel	240
4.1.2	Ziele von Standortbestimmungen und Vorkenntniserhebungen	242
4.1.3	Methodische Überlegungen	245
4.1.4	Ausgewählte Untersuchungsergebnisse	248
4.2	Didaktische Gestaltung von Lernumgebungen	255
4.2.1	Strukturierung einer substanziellen Lernumgebung	256
4.2.2	Zum Begriff der substanziellen Lernumgebung	257
4.2.3	Gute Aufgaben und neue Aufgabenkultur	258
4.2.4	Merkmale guter Aufgaben und einer sachgerechten Aufgabenkultur	259
4.3	Fehler und Lernschwierigkeiten	262
4.3.1	›Fehleranfällige‹ Lernbereiche	265
4.3.2	Ursachen von Lernschwierigkeiten	268
4.3.3	Diagnostik	270
4.3.4	Folgerungen für Förderung und Unterricht	273
4.4	Besondere Begabung	276
4.4.1	Was ist mathematische Begabung?	276
4.4.2	Identifikation besonders befähigter Kinder	279
4.4.3	Förderung besonders befähigter Kinder	281
4.5	Motivation	283
4.6	Differenzierung	294
4.6.1	Heterogene Lerngruppen	294
4.6.2	Traditionelle und natürliche Differenzierung	296
4.7	Arbeitsmittel und Veranschaulichungen	308
4.7.1	Das Qualitätsproblem	308
4.7.2	Begriffsklärung – ein Vorschlag	310
4.7.3	Mentale Bilder und mentales Operieren	314
4.7.4	Konkretheit, Symbolcharakter und theoretische Begriffe	317
4.7.5	Ablehnung und Ablösung von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen	325
4.7.6	Funktionen von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen	327
4.7.7	Beurteilung von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen	333

4.7.8	Digitale Medien im Mathematikunterricht . . . . .	335
4.7.8.1	Computer, Tablets & Co. . . . .	335
4.7.8.2	Taschenrechner . . . . .	337
4.7.8.3	Zum Forschungsstand . . . . .	338
4.7.8.4	Mögliche Gründe für die Zurückhaltung in den Schulen .	340
4.7.8.5	Entweder – oder? . . . . .	340
4.7.8.6	Perspektiven . . . . .	341
4.7.8.7	Beispiele für einen sinnvollen Taschenrechnereinsatz . .	344
5	<b>Spannungsfelder des Mathematikunterrichts . . . . .</b>	<b>349</b>
5.1	Anwendungs- und Strukturorientierung . . . . .	350
5.2	Fertigkeiten und Fähigkeiten . . . . .	355
5.3	Schülerorientierung und Fachorientierung . . . . .	356
5.4	Eigene Wege und Konventionen . . . . .	358
5.5	Offene und geschlossene Aufgaben . . . . .	362
5.6	Individuelles Lernen und Leistungsbewertung . . . . .	364
6	<b>Aufgaben- und Kompetenzspektrum der Lehrperson . . . . .</b>	<b>369</b>
6.1	Fachkompetenz . . . . .	370
6.1.1	Berufsbildspezifische Fachkompetenz . . . . .	370
6.1.2	Folgen mangelnder Fachkompetenz . . . . .	374
6.2	Fachdidaktische Kompetenz . . . . .	379
6.3	Methodische Kompetenz . . . . .	379
6.4	Pädagogische Kompetenz . . . . .	382
6.5	Angebote und Anforderungen der Lehrerbildung . . . . .	386
	<b>Bisher erschienene Bände der Reihe Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II . . . . .</b>	<b>391</b>
	<b>Literatur . . . . .</b>	<b>393</b>
	<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>439</b>