

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zum Mathematikunterricht in der Grundschule</b>	1
1.1	Zur Einstimmung	1
1.2	Vergleichsuntersuchungen	6
1.3	Bildungsstandards	8
1.3.1	Allgemeine mathematische Kompetenzen	14
1.3.1.1	Problemlösen	16
1.3.1.2	Kommunizieren	20
1.3.1.3	Argumentieren	22
1.3.1.4	Modellieren	24
1.3.1.5	Darstellen	25
1.3.2	Zur Realisierung allgemeiner mathematischer Kompetenzen	27
1.3.2.1	Integration von inhaltlichen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen	27
1.3.2.2	Bewusstheit	30
1.3.2.3	Rolle der Inhalte	32
1.3.3	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	34
1.3.4	Anforderungsbereiche	35
1.4	Konsequenzen für Lehrpersonen und Unterricht	36
<b>2</b>	<b>Inhaltsbereiche des Mathematikunterrichts</b>	39
2.1	Arithmetik	40
2.1.1	Der Zahlbereich der natürlichen Zahlen	41
2.1.2	Zahlenräume	42
2.1.3	Komplexität des Zahlbegriffs (Zahlaspekte)	43
2.1.4	Zählfähigkeit und Zählprinzipien	45
2.1.5	Dekadischer Aufbau des Zahlsystems	53
2.1.5.1	Stellenwertsysteme	54
2.1.5.2	Dekadische und nichtdekadische Stellenwertsysteme	56
2.1.5.3	Rechnen in Stellenwertsystemen	57

2.1.6	Rechenoperationen und Gesetzmäßigkeiten . . . . .	62
2.1.6.1	Addition und Subtraktion . . . . .	62
2.1.6.2	Multiplikation und Division . . . . .	66
2.1.6.3	Rechengesetze . . . . .	80
2.1.7	Rechenmethoden . . . . .	84
2.1.7.1	Kopfrechnen . . . . .	84
2.1.7.2	Halbschriftliches Rechnen . . . . .	88
2.1.7.3	Schriftliche Rechenverfahren . . . . .	90
2.1.7.4	Taschenrechner . . . . .	93
2.1.7.5	Zum Verhältnis der vier Rechenmethoden . . . . .	93
2.2	Geometrie . . . . .	95
2.2.1	Zur Situation des Geometrieunterrichts in der Grundschule . . . . .	98
2.2.2	Fundamentale Ideen der Elementargeometrie . . . . .	105
2.2.3	Verteilung der Inhalte . . . . .	120
2.3	Sachrechnen . . . . .	124
2.3.1	Mathematisierung und Modellbildung . . . . .	126
2.3.2	Funktionen des Sachrechnens . . . . .	128
2.3.3	Typen von Sachaufgaben . . . . .	131
2.3.3.1	Sachbilder . . . . .	132
2.3.3.2	Eingekleidete Aufgaben . . . . .	133
2.3.3.3	Textaufgaben und Denkaufgaben . . . . .	134
2.3.3.4	Erfinden von Rechengeschichten . . . . .	137
2.3.3.5	Sachprobleme . . . . .	138
2.3.3.6	Sachstrukturiertes Üben . . . . .	141
2.3.3.7	Sachtexte . . . . .	141
2.3.3.8	Projekte . . . . .	145
2.3.3.9	Rückschau . . . . .	147
2.3.4	Schätzen und Überschlagen . . . . .	148
2.3.5	Größen . . . . .	150
2.3.5.1	Größenbereiche . . . . .	151
2.3.5.2	Größenvorstellungen . . . . .	153
2.3.5.3	Zur unterrichtlichen Behandlung von Größen . . . . .	156
2.3.5.4	Dezimalzahlen . . . . .	157
2.3.6	Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit . . . . .	158
2.3.6.1	Umgang mit Daten . . . . .	159
2.3.6.2	Zufall und Wahrscheinlichkeit . . . . .	167
3	<b>Grundideen des Mathematiklernens</b> . . . . .	175
3.1	Entdeckendes Lernen und produktives Üben . . . . .	178
3.1.1	Lernen: kleinschrittig auf vorgegebenen Wegen vs. ganzheitlich auf eigenen Wegen . . . . .	178
3.1.2	Üben: Reproduktion und Quantität vs. Produktivität und Qualität	187
3.1.3	Spielerisches Lernen und Üben . . . . .	194

---

3.2	Soziales Lernen . . . . .	203
3.2.1	Einführendes Unterrichtsbeispiel . . . . .	203
3.2.2	Theoretische Hintergründe . . . . .	205
3.2.3	Begründungen des sozialen Lernens . . . . .	207
3.2.4	Didaktische Folgerungen . . . . .	209
3.2.5	Ein Mut machendes Beispiel . . . . .	215
3.3	Didaktische Prinzipien . . . . .	219
<b>4</b>	<b>Organisation von Lernprozessen . . . . .</b>	<b>239</b>
4.1	Standortbestimmungen/Vorkenntnisse . . . . .	240
4.1.1	Ein Einführungsbeispiel . . . . .	240
4.1.2	Ziele von Standortbestimmungen und Vorkenntnisserhebungen . . . . .	242
4.1.3	Methodische Überlegungen . . . . .	245
4.1.4	Ausgewählte Untersuchungsergebnisse . . . . .	248
4.2	Didaktische Gestaltung von Lernumgebungen . . . . .	255
4.2.1	Strukturierung einer substanzialen Lernumgebung . . . . .	256
4.2.2	Zum Begriff der substanzialen Lernumgebung . . . . .	257
4.2.3	Gute Aufgaben und neue Aufgabenkultur . . . . .	258
4.2.4	Merkmale guter Aufgaben und einer sachgerechten Aufgabenkultur . . . . .	259
4.3	Fehler und Lernschwierigkeiten . . . . .	262
4.3.1	›Fehleranfällige‹ Lernbereiche . . . . .	265
4.3.2	Ursachen von Lernschwierigkeiten . . . . .	268
4.3.3	Diagnostik . . . . .	270
4.3.4	Folgerungen für Förderung und Unterricht . . . . .	273
4.4	Besondere Begabung . . . . .	276
4.4.1	Was ist mathematische Begabung? . . . . .	276
4.4.2	Identifikation besonders befähigter Kinder . . . . .	279
4.4.3	Förderung besonders befähigter Kinder . . . . .	281
4.5	Motivation . . . . .	283
4.6	Differenzierung . . . . .	294
4.6.1	Heterogene Lerngruppen . . . . .	294
4.6.2	Traditionelle und natürliche Differenzierung . . . . .	296
4.7	Arbeitsmittel und Veranschaulichungen . . . . .	308
4.7.1	Das Qualitätsproblem . . . . .	308
4.7.2	Begriffsklärung – ein Vorschlag . . . . .	310
4.7.3	Mentale Bilder und mentales Operieren . . . . .	314
4.7.4	Konkretheit, Symbolcharakter und theoretische Begriffe . . . . .	317
4.7.5	Ablehnung und Ablösung von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen . . . . .	325
4.7.6	Funktionen von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen . . . . .	327
4.7.7	Beurteilung von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen . . . . .	333

4.7.8	Digitale Medien im Mathematikunterricht . . . . .	335
4.7.8.1	Computer, Tablets & Co. . . . .	335
4.7.8.2	Taschenrechner . . . . .	337
4.7.8.3	Zum Forschungsstand . . . . .	338
4.7.8.4	Mögliche Gründe für die Zurückhaltung in den Schulen .	340
4.7.8.5	Entweder – oder? . . . . .	340
4.7.8.6	Perspektiven . . . . .	341
4.7.8.7	Beispiele für einen sinnvollen Taschenrechnereinsatz .	344
<b>5</b>	<b>Spannungsfelder des Mathematikunterrichts</b> . . . . .	349
5.1	Anwendungs- und Strukturorientierung . . . . .	350
5.2	Fertigkeiten und Fähigkeiten . . . . .	355
5.3	Schülerorientierung und Fachorientierung . . . . .	356
5.4	Eigene Wege und Konventionen . . . . .	358
5.5	Offene und geschlossene Aufgaben . . . . .	362
5.6	Individuelles Lernen und Leistungsbewertung . . . . .	364
<b>6</b>	<b>Aufgaben- und Kompetenzspektrum der Lehrperson</b> . . . . .	369
6.1	Fachkompetenz . . . . .	370
6.1.1	Berufsbildspezifische Fachkompetenz . . . . .	370
6.1.2	Folgen mangelnder Fachkompetenz . . . . .	374
6.2	Fachdidaktische Kompetenz . . . . .	379
6.3	Methodische Kompetenz . . . . .	379
6.4	Pädagogische Kompetenz . . . . .	382
6.5	Angebote und Anforderungen der Lehrerbildung . . . . .	386
<b>Bisher erschienene Bände der Reihe Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II</b> . . . . .		391
<b>Literatur</b> . . . . .		393
<b>Sachverzeichnis</b> . . . . .		439