

Inhaltsverzeichnis

Teil I Banachräume und lineare Operatoren

1	Banachräume	3
1.1	Normen und Metriken	4
1.2	Supremums-Normen	8
1.3	L_p -Normen und Quotientenräume	11
1.4	Aufgaben	19
2	Kompakte Mengen	23
2.1	Der Satz von Arzelà-Ascoli	25
2.2	Separable Räume und ein Approximationssatz	29
2.3	Hölder- und Sobolev-Normen	32
2.4	Aufgaben	36
3	Lineare Operatoren	39
3.1	Operatornormen	40
3.2	Isomorphismen und Fortsetzungen	44
3.3	Lineare Operatoren auf endlichdimensionalen Räumen	48
3.4	Lineare Integral- und Differentialoperatoren	53
3.5	Aufgaben	57
4	Kleine Störungen	61
4.1	Banachalgebren und Neumannsche Reihe	61
4.2	Lineare Integralgleichungen	64
4.3	Grundlagen der Spektraltheorie	67
4.4	Der Banachsche Fixpunktsatz	74
4.5	Nichtlineare Integralgleichungen	76
4.6	Der Satz von Picard-Lindelöf	79
4.7	Aufgaben	81

Teil II Fourier-Reihen und Hilberträume

5	Fourier-Reihen und Approximationssätze	89
5.1	Der Satz von Fejér	92
5.2	Faltung und Dirac-Folgen	97
5.3	Der Weierstraßsche Approximationssatz	100
5.4	Schwache Ableitungen und Sobolev-Räume	102
5.5	Punktweise Konvergenz von Fourier-Reihen	109
5.6	Aufgaben	112
6	Hilberträume	117
6.1	Die Parsevalsche Gleichung	121
6.2	Sobolev-Hilberträume und Fourier-Koeffizienten	128
6.3	Aufgaben	135
7	Lineare Operatoren auf Hilberträumen	139
7.1	Lineare Operatoren und Matrizen	140
7.2	Orthogonale Projektionen	142
7.3	Adjungierte Operatoren	148
7.4	Selbstadjungierte und unitäre Operatoren	154
7.5	Aufgaben	158

Teil III Prinzipien der Funktionalanalysis

8	Konsequenzen der Vollständigkeit	165
8.1	Der Satz von Baire	165
8.2	Das Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit	169
8.3	Der Satz von der offenen Abbildung	172
8.4	Anwendungen auf Fourier-Reihen	177
8.5	Aufgaben	181
9	Stetige lineare Funktionale	185
9.1	Der Fortsetzungssatz von Hahn-Banach	186
9.2	Duale Operatoren und Annihilatoren	191
9.3	Kanonische Einbettung und reflexive Räume	192
9.4	Beispiele von Dualräumen	199
9.5	Stetige Projektionen	203
9.6	Aufgaben	208
10	Schwache Konvergenz	213
10.1	Trennung konvexer Mengen	214
10.2	Uniform konvexe Räume	220
10.3	Schwach konvergente Folgen	225
10.4	Schwach konvergente Teilfolgen	230
10.5	Variationsprobleme	233
10.6	Aufgaben	236

Teil IV Spektraltheorie kompakter und selbstadjungierter Operatoren

11 Fredholmoperatoren und kompakte Störungen	243
11.1 Kompakte lineare Operatoren	244
11.2 Fredholmoperatoren	250
11.3 Stabilität des Index	256
11.4 Spektren kompakter Operatoren	259
11.5 Aufgaben	262
12 Spektralzerlegungen	267
12.1 Modelle kompakter Operatoren	268
12.2 Der Spektralsatz für kompakte normale Operatoren	270
12.3 Hilbert-Schmidt-Operatoren	276
12.4 Singuläre Zahlen und Schmidt-Darstellungen	280
12.5 Schatten-Klassen und Integraloperatoren	286
12.6 Aufgaben	292
13 Unbeschränkte Operatoren	297
13.1 Abgeschlossene Operatoren	298
13.2 Adjungierte Operatoren	306
13.3 Symmetrische und selbstadjungierte Operatoren	310
13.4 Reguläre Sturm-Liouville-Probleme	315
13.5 Evolutionsgleichungen	325
13.6 Selbstadjungierte Operatoren und Quantenmechanik	328
13.7 Aufgaben	332
Anhang A	337
A.1 Lineare Algebra	337
A.2 Metrische Räume und Kompaktheit	341
A.3 Maße und Integrale	348
Literatur	375
Namenverzeichnis	377
Sachverzeichnis	381
Symbolverzeichnis	395