

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Die Saha-Gleichung	1
1.2	Plasmen in der Natur und im Labor	2
1.3	Zustandsgrenzen	5
1.3.1	Ideale Plasmen	6
1.3.2	Relativistische Plasmen	6
1.3.3	Entartete Plasmen	6
1.4	Wichtige Parameter und Eigenschaften	7
1.4.1	Debye-Abschirmung	7
1.4.2	Plasmaparameter und Quasineutralität	10
1.4.3	Die Plasmafrequenz	11
	Referenzen	13
	Weitere Literaturhinweise	13
2	Geladene Teilchen im Magnetfeld	15
2.1	Homogene Magnetfelder	15
2.1.1	Teilchenbewegung ohne zusätzliche Kraft	17
2.1.2	Einfluss einer Kraft auf die Teilchenbahn	19
2.2	Inhomogene Magnetfelder	21
2.2.1	Inhomogenität senkrecht zum Magnetfeld	22
2.2.2	Gekrümmte Magnetfeldlinien	23
2.2.3	Inhomogenität parallel zum Magnetfeld	25
2.2.4	Magnetisches Moment und magnetischer Spiegel	29
2.3	Teilchen in periodischen Feldern	32
2.3.1	Räumlich-periodisches elektrisches Feld	32
2.3.2	Zeitabhängige elektrische Felder	34
2.3.3	Zeitabhängige Magnetfelder	36
2.4	Adiabatische Invarianten	37
2.4.1	Adiabatische Invariante am Beispiel eines Pendels	38
2.4.2	Die transversale adiabatische Invariante	39

2.4.3	Die longitudinale adiabatische Invariante	40
2.4.4	Die dritte adiabatische Invariante	42
2.5	Teilchenbahnen im Erdmagnetfeld	43
2.5.1	Die Magnetosphäre der Erde	44
2.5.2	Teilchen in den Van-Allen-Strahlungsgürteln	46
	Weitere Literaturhinweise	48
3	Flüssigkeitsbild des Plasmas	49
3.1	Flüssigkeitsgleichungen	50
3.1.1	Die Zweiflüssigkeitsgleichungen	51
3.1.2	Die Einflüssigkeitsgleichungen	55
3.1.3	Die MHD-Gleichungen	59
3.1.4	Die Maxwell-Gleichungen	61
3.2	Folgerungen aus dem Ohm'schen Gesetz	62
3.2.1	Magnetfelddiffusion und eingefrorener Fluss	62
3.2.2	Der Plasmadynamo	67
3.2.3	Sweet-Parker-Rekonnektion	70
3.3	MHD-Gleichgewichte	73
3.3.1	Die Gleichgewichtsbedingung	74
3.3.2	Der lineare Pinch	75
3.3.3	Der Screw-Pinch	78
3.4	Strömungen in MHD-Gleichgewichten	82
3.4.1	Strömungen senkrecht zum Magnetfeld	82
3.4.2	Zur Gradientendrift im Flüssigkeitsbild	84
3.4.3	Die Polarisationsdrift	88
3.4.4	Debye-Abschirmung senkrecht zum Magnetfeld	90
3.4.5	Strömung parallel zum Magnetfeld	92
3.4.6	Strömung zwischen Begrenzungen	95
3.5	Plasmadynamik in der Erdionosphäre	100
3.5.1	Plasmaparameter in der Ionosphäre	100
3.5.2	Leitfähigkeit eines stoßbehafteten Plasmas	102
3.5.3	Der Dynamo in der äquatorialen E-Region	106
3.5.4	Elektrische Ströme in der Polregion	109
3.5.5	Hall-Antriebe	110
	Weitere Literaturhinweise	111
4	Plasmastabilität	113
4.1	Anschauliche Beispiele	114
4.1.1	Die Rayleigh-Taylor-Instabilität	114
4.1.2	Die Austauschinstabilität	116
4.1.3	Stabilität des linearen Pinches	120
4.2	Der einfach magnetisierte Torus	122

4.3	Stabilitätstheorie	126
4.3.1	Die Modenanalyse	126
4.3.2	Das Energieprinzip	131
4.3.3	Randbedingungen	131
4.4	Anwendungen der Stabilitätstheorie	133
4.4.1	Inkompressible magnetohydrodynamische Wellen	133
4.4.2	Kompressible magnetohydrodynamische Wellen	136
4.4.3	Zur Dynamik von Alfvén-Wellen	138
4.4.4	Austauschinstabilität in der Modenanalyse	142
	Referenzen	143
	Weitere Literaturhinweise	144
5	Wellen im Flüssigkeitsbild	145
5.1	Grundgleichungen für Wellen im Plasma	146
5.1.1	Grundsätzliches zu Wellen	146
5.1.2	Die linearisierte Wellengleichung	149
5.1.3	Energiebilanz für elektromagnetische Wellen	151
5.2	Wellen im unmagnetisierten Plasma	152
5.2.1	Wellengleichung für ein kaltes Plasma	152
5.2.2	Elektrostatische Wellen im kalten Plasma	154
5.2.3	Elektromagnetische Wellen im kalten Plasma	155
5.2.4	Interferometrie und Reflektometrie	157
5.2.5	Die Rolle von Stößen	161
5.2.6	Elektrostatische Wellen im warmen Plasma	165
5.3	Wellen im magnetisierten kalten Plasma	169
5.3.1	Wellengleichung und Dispersionsrelation	169
5.3.2	Flüssigkeitsströmungen durch Wellen	172
5.3.3	Wellenausbreitung parallel zum Magnetfeld	175
5.3.4	Experimentelle Anwendungen	181
5.3.5	Wellenausbreitung senkrecht zum Magnetfeld	182
5.3.6	Plasmaheizung und CMA-Diagramm	187
5.3.7	Propagation schräg zu Magnetfeld oder Dichtegradienten und Modenwandlung	189
	Referenzen	193
	Weitere Literaturhinweise	194
6	Nichtlineare Phänomene	195
6.1	Nichtlineare Ionenschallwellen	195
6.1.1	Korteweg-de-Vries-Gleichung	196
6.1.2	Solitonen und Stoßwellen	198
6.1.3	Das Bohm-Kriterium	200

6.2	Plasmen in starken Wellenfeldern	201
6.2.1	Die ponderomotorische Kraft	202
6.2.2	Laser-Plasma-Wechselwirkung	204
6.3	Die Zweistrom-Instabilität	206
	Weitere Literaturhinweise	208
7	Kinetische Theorie der Plasmen	211
7.1	Verteilungsfunktionen im Phasenraum	212
7.1.1	Die Boltzmann-Verteilungsfunktion	212
7.1.2	Maxwell-Verteilung	213
7.1.3	Maxwell-Jüttner-Verteilung	216
7.2	Die kinetische Gleichung	218
7.2.1	Kinetische Gleichung ohne Stöße	219
7.2.2	Der Stoßterm und die Rolle der Stöße	221
7.2.3	Die Boltzmann-Gleichung	224
7.2.4	Das Boltzmann'sche $\mathcal{H}$ -Theorem	224
7.2.5	Maxwell-Verteilung als Bedingung für das Gleichgewicht	225
7.2.6	Die Driftkinetische Gleichung	226
7.3	Die Fokker-Planck-Gleichung	227
7.3.1	Herleitung der Gleichung	227
7.3.2	Diffusion als Random-Walk	231
7.3.3	Vergleich mit der Fokker-Planck-Gleichung	233
7.4	Herleitung der Flüssigkeitsgleichungen	235
7.4.1	Erwartungswerte mikroskopischer Variablen	235
7.4.2	Die Kontinuitätsgleichung	237
7.4.3	Die Bewegungsgleichung	237
7.4.4	Die Energiegleichung	241
7.4.5	Die Gleichungen für das thermalisierte Plasma	243
7.4.6	Mikroskopisches Bild zum Drucktensor	245
7.5	Anwendungen der kinetischen Theorie	247
7.5.1	Landau-Dämpfung	247
7.5.2	Zyklotronresonanzheizung	251
7.5.3	Stromtrieb	256
	Referenzen	259
	Weitere Literaturhinweise	260
8	Transportprozesse im Plasma	261
8.1	Streuung im Coulomb-Potential	261
8.1.1	Der Stoß im Schwerpunktsystem	262
8.1.2	Der differenzielle Wirkungsquerschnitt	264
8.1.3	Kleinwinkelstreuung und Coulomb-Logarithmus	267
8.1.4	Mittlerer Impulsübertrag beim Zweiteilchenstoß	268

8.1.5	Mittlerer Impulsübertrag beim Stoß eines Teilchens mit einer Teilchenverteilung	271
8.1.6	Mittlerer Impulsübertrag beim Stoß eines Teilchens mit einer Maxwell-Verteilung	273
8.2	Relaxationszeiten	274
8.2.1	Abbremsung schneller Teilchen im Plasma	274
8.2.2	Energierelaxation	278
8.2.3	Impulsrelaxation	280
8.2.4	Runaway-Elektronen	284
8.3	Transportkoeffizienten	285
8.3.1	Konzept der kleinen Störung	285
8.3.2	Elektrische Leitfähigkeit	289
8.3.3	Diffusion parallel zum Magnetfeld	291
8.3.4	Thermische Leitfähigkeit parallel zum Magnetfeld	292
8.3.5	Die Onsager-Symmetrie	294
8.3.6	Ambipolare Diffusion	294
8.3.7	Diffusion senkrecht zum Magnetfeld	296
	Referenzen	299
	Weitere Literaturhinweise	300
9	Niedertemperaturplasmen	301
9.1	Plasmaerzeugung	302
9.1.1	Entladungstypen	302
9.1.2	Elektronenstoßionisation	304
9.1.3	Entladungsaufbau	305
9.2	Glimmentladungen	308
9.2.1	Einleitung und Charakterisierung	308
9.2.2	Zündung der Plasmaentladung	310
9.2.3	Strom-Spannungs-Charakteristik	313
9.2.4	Strom- und Feldverlauf in der Kathodenschicht	314
9.2.5	Der Kathodenfall	316
9.3	Langmuir-Sonden	317
9.3.1	Sättigungsstrom und Floating-Potential	317
9.3.2	Das Bohm-Kriterium	320
9.3.3	Verlauf des Schichtpotentials	324
9.3.4	Die Sondenkennlinie	327
9.3.5	Die Doppelsonde	328
9.3.6	Die Glühsonde	329
9.3.7	Langmuir-Kennlinie für nicht-thermische Elektronenverteilungen	331

9.4	Kapazitive Entladungen	334
9.4.1	Homogenes Modell	335
9.4.2	Entladungsparameter	338
	Referenzen	340
	Weitere Literaturhinweise	340
10	Fusionsforschung	343
10.1	Entwicklungsgeschichte	343
10.1.1	Plasma-Pinche	344
10.1.2	Stellaratoren	345
10.1.3	Spiegelmaschinen	348
10.1.4	Tokamaks	349
10.2	Energiebilanz der Kernfusion	351
10.2.1	Der Kernfusionsprozess	352
10.2.2	Schlüsselgrößen der Fusion	355
	Referenzen	360
	Weitere Literaturhinweise	360
11	Magnetfeldkonfigurationen	363
11.1	Allgemeine Eigenschaften	363
11.1.1	Geometrische Definitionen	363
11.1.2	Die Gleichungen der Magnetostatik	367
11.1.3	Flussflächen und Symmetrien	368
11.1.4	Magnetische Inseln	371
11.2	Konfigurationen für den Einschluss von Fusionsplasmen	374
11.2.1	Der stromführende Ring	374
11.2.2	Vertikal- und Toroidalfeld: der Tokamak	378
11.2.3	Magnetfeld der Spiegelmaschine	380
11.2.4	Multipolfelder: der Stellarator	382
11.2.5	Die Rotationstransformation im Stellarator	386
	Weitere Literaturhinweise	391
12	Parameter Grenzen für Fusionsplasmen	393
12.1	Grenzen für das erreichbare β	393
12.1.1	Grad-Shafranov-Gleichung	394
12.1.2	Gleichgewichts- β -Grenze	396
12.1.3	Stabilitätsgrenzen	397
12.1.4	Charakterisierung instabiler Moden	398
12.2	Stromgetriebene Instabilitäten	399
12.2.1	Externe Kink-Instabilitäten	399
12.2.2	Kruskal-Shafranov-Grenze	400
12.2.3	Interne Kink-Instabilität	401
12.2.4	Tearing-Moden	402

12.3	Druckgetriebene Instabilitäten	403
12.3.1	Das Mercier-Kriterium	403
12.3.2	Ballooning-Instabilitäten	404
12.3.3	Die Stabilitäts- β -Grenze	406
12.4	Die Dichtegrenze	407
	Referenzen	410
	Weitere Literaturhinweise	410
13	Teilchenbahnen in Fusionsplasmen	411
13.1	Teilchenbahnen in Spiegelmaschinen	411
13.2	Teilchenbahnen im Tokamakfeld	413
13.2.1	Die Bewegungsgleichung	413
13.2.2	Passierende Teilchen	417
13.2.3	Gefangene Teilchen und Bananenbahnen	418
13.2.4	Bootstrap-Strom und Ware-Pinch	420
13.3	Trajektorien im Stellaratorfeld	423
13.3.1	Magnetfeldkonturen eines Torsatrons	423
13.3.2	Klassifizierung der Bahnen	425
13.3.3	Der Einfluss eines radialen elektrischen Feldes	426
	Referenzen	428
	Weitere Literaturhinweise	428
14	Stoßbehafteter Transport in Fusionsplasmen	429
14.1	Klassischer Transport	430
14.1.1	Klassischer Transport im Teilchenbild	430
14.1.2	Klassischer Transport im Flüssigkeitsbild	432
14.2	Pfirsch-Schlüter-Transport	433
14.2.1	Pfirsch-Schlüter-Transport im Teilchenbild	434
14.2.2	Pfirsch-Schlüter-Transport im Flüssigkeitsbild	434
14.2.3	Die toroidale Resonanz	437
14.3	Neoklassischer Transport	438
14.3.1	Neoklassischer Transport im Teilchenbild	438
14.3.2	Stellaratorspezifische Elemente	441
14.3.3	Neoklassischer Transport im Flüssigkeitsbild	442
14.3.4	Kinetische Beschreibung des neoklassischen Transports	447
14.3.5	Das ambipolare elektrische Feld	448
	Referenzen	452
	Weitere Literaturhinweise	453
15	Turbulenter Transport	455
15.1	Turbulenz in Flüssigkeiten	456
15.1.1	Die Navier-Stokes-Gleichung	456

15.1.2	Wirbel und Erhaltungssätze	459
15.1.3	Zweidimensionale Flüssigkeiten	462
15.2	Turbulenter Transport in magnetisierten Plasmen	466
15.2.1	Statistische Analyseverfahren	467
15.2.2	Elektrostatische Turbulenz	472
15.2.3	Lineare Instabilitäten	474
15.2.4	Elektromagnetische Turbulenz	477
15.3	Die Driftwelle	479
15.3.1	Wichtige Größen und Gleichungen	479
15.3.2	Dynamik senkrecht zum Magnetfeld	481
15.3.3	Das Grundmodell für Driftwellen	483
15.3.4	Die Einfluss der Polarisationsdrift	485
15.3.5	Instabilität und Dissipation	486
15.3.6	Dynamik parallel zum Magnetfeld	487
15.3.7	Dispersionsrelation parallel zum Magnetfeld	488
15.4	Driftwellenturbulenz	490
15.4.1	Die Modellgleichungen	491
15.4.2	Dimensionslose Gleichungen	492
15.4.3	Zweidimensionale Beschreibung der Driftwellen	493
15.4.4	Zonalströmung und Reynolds-Stress	495
15.5	Experimentelle Transportstudien	497
15.5.1	Globale Einschlusszeiten	497
15.5.2	Bestimmung von Diffusionskoeffizienten	499
15.5.3	Experimente zum turbulenten Transport	502
15.5.4	Transportbarrieren	504
	Referenzen	508
	Weitere Literaturhinweise	509
16	Prozesse am Plasmarand	511
16.1	Plasmawandwechselwirkung	511
16.2	Plasmaparameter der Randschicht	513
16.2.1	Abfalllängen	514
16.2.2	Geometrieeffekte	519
16.2.3	Transport durch die Debye-Schicht	521
16.2.4	Das Zweipunktmodell	524
16.2.5	Detachment	529
16.3	Plasmatransport in der Randschicht	532
16.3.1	Plasmaströmungen und Ströme	532
16.3.2	Senkrechte Diffusion im Divertor	534
16.3.3	Intermittenter Transport in der Abschälschicht	536
	Referenzen	540
	Weitere Literaturhinweise	540

Anhang A Definitionen und Einheiten	543
A.1 Lateinische Symbole	543
A.2 Griechische Symbole	546
A.3 Umrechnungen	549
Anhang B Formelsammlung	551
B.1 Vektoralgebra	551
B.2 Integralsätze	552
B.3 Die Maxwell-Gleichungen	552
B.4 Vektoroperatoren und Koordinaten	553
B.5 Die Fehlerfunktion	554
B.6 Die Gamma-Funktion	554
B.7 Teilchen- und Flüssigkeitsdriften	555
B.8 Flüssigkeitsgleichungen	556
Stichwortverzeichnis	557