

Inhalt

Warum ein Schulschwänzer	
noch ein Mathebuch schreibt	13
Welche Hilfe wollen Teenager?	15
Die entscheidende Frage: »Was bringt mir das?«	19
Zahlen und Maße	23
Schriftliche Rechenverfahren	25
<i>Deshalb machen Kinder beim schriftlichen Rechnen</i>	
<i>so viele Fehler</i>	25
Schriftliches Addieren – so funktioniert es	27
Schriftliches Subtrahieren	32
<i>So funktionieren Abzieh- und Ergänzungsverfahren</i>	34
<i>Das Abziehverfahren verständlich erklärt</i>	34
<i>Das Ergänzungsverfahren</i>	38
<i>Das Ergänzungsverfahren verständlich erklärt</i>	39
Das schriftliche Multiplizieren	44
<i>So geht das schriftliche Malnehmen</i>	45
<i>Mit diesem Trick vergessen Kinder die Überträge nie</i>	48
<i>So multipliziert man schriftlich mit mehrstelligen Zahlen</i>	49
Schriftliches Dividieren – braucht man das noch?	52
<i>So geht das schriftliche Dividieren</i>	53
<i>Wie man mit zweistelligem Divisor teilt</i>	58
Umrechnen von Maßeinheiten	60
<i>Flächenmaße umrechnen</i>	62
<i>Einheiten des Volumens umrechnen</i>	62
<i>Einheiten der Zeit umrechnen</i>	63
Flächeninhalt feststellen	64
<i>Es gibt kein starres Verhältnis zwischen</i>	
<i>Umfang und Flächeninhalt</i>	65
<i>Volumen berechnen</i>	66
<i>Umrechnen der Einheiten</i>	67

<i>Der Zusammenhang von Oberfläche und Volumen</i>	67
Teilbarkeit erkennen	69
<i>Die Teilbarkeitsregeln effektiv anwenden</i>	70
<i>Wie man die Regeln kombiniert</i>	71
<i>Warum es nützlich ist,</i>	
<i>die wichtigsten Primzahlen zu kennen</i>	72
<i>Primfaktorzerlegung</i>	72
<i>Wie man die gemeinsamen Teiler findet</i>	74
<i>Den größten gemeinsamen Teiler</i>	
<i>mit der Primfaktorzerlegung bestimmen</i>	74
<i>Mit diesem Trick gelingt die Suche nach dem ggT spielend</i>	75
<i>Kleindestes gemeinsames Vielfaches</i>	76
<i>So findet man das kgV mit der Primfaktorzerlegung</i>	77
<i>Wir haben das kgV – wie bringt man damit</i>	
<i>Brüche auf einen Nenner?</i>	78
<i>Potenzen und Wurzeln</i>	79
<i>Wozu sind Potenzen gut?</i>	79
<i>Wie man Potenzen multipliziert</i>	80
<i>... und wie man sie dividiert</i>	81
<i>Warum eine Zahl mit einer Null im Exponenten</i>	
<i>Eins entspricht</i>	81
<i>Negative Potenzen können sehr kleine Zahlen darstellen</i>	82
<i>Rechnen in der Normdarstellung</i>	83
<i>Was sind Wurzeln?</i>	85
<i>Wozu braucht man Wurzeln?</i>	86
<i>So zieht man die Wurzel – ohne Taschenrechner</i>	86
<i>Warum unter dem Wurzelzeichen kein Minus stehen darf</i>	87
Brüche, Dezimalzahlen und Prozente	89
Brüche	92
<i>Jeder Bruch ist eine Teilungsaufgabe</i>	92
<i>Papierpizzen stellen äquivalente Brüche perfekt dar</i>	94
<i>Was genau ist bei einem Bruch der Teil –</i>	
<i>und was das Ganze?</i>	95
<i>Unechte in gemischte Brüche verwandeln – und andersrum</i>	97

<i>Einfache Brüche mit der »Würstchen-Methode«</i>	
<i>vergleichen</i>	101
<i>Checkliste: So vergleicht man Brüche schmerzfrei</i>	102
<i>Brüche durch Erweitern vergleichen –</i>	
<i>die »Schokoladentafel-Methode«</i>	103
<i>Brüche mit gleichem Nenner addieren und subtrahieren</i>	106
<i>So addiert und subtrahiert man Brüche</i>	
<i>mit unterschiedlichem Nenner</i>	106
<i>Zwei Methoden zum Erweitern von Brüchen</i>	108
<i>Was bedeutet das Multiplizieren von Brüchen eigentlich?</i>	109
<i>Wie man gemischte Brüche malnimmt</i>	111
<i>So teilt man durch einen Bruch</i>	111
<i>Ein Missverständnis bezüglich der Bruchrechnung</i>	113
<i>Dezimalzahlen</i>	116
<i>Dezimalzahlen sind auch nur Brüche</i>	117
<i>Wenn beim Dividieren Kommazahlen entstehen</i>	118
<i>Periodische Zahlen sind die Schwachstelle</i>	
<i>der Dezimalbrüche</i>	119
<i>Wie man Dezimalzahlen malnimmt</i>	120
<i>So teilt man Kommazahlen</i>	122
<i>Brüche in Dezimalzahlen verwandeln</i>	123
<i>... und Dezimalzahlen wieder in Brüche verwandeln</i>	124
<i>Aus periodischen Dezimalzahlen Brüche machen</i>	125
<i>Gemischtperiodische Kommazahlen</i>	
<i>in Brüche verwandeln</i>	127
<i>Dreisatz</i>	128
<i>»Je mehr, desto mehr« oder »je mehr, desto weniger«?</i>	129
<i>So löst man einen Dreisatz bei proportionaler Zuordnung</i>	129
<i>Den Dreisatz bei antiproportionaler Zuordnung nutzen</i>	131
<i>Prozente</i>	134
<i>Prozente sind zum Vergleichen da</i>	135
<i>Man muss wissen, welcher Anteil von was gesucht ist</i>	135
<i>So berechnet man einen Prozentsatz mit Bruchrechnung</i>	136
<i>Wie man einen Prozentsatz durch Teilen ausrechnet</i>	137
<i>Was Grundwert, Prozentsatz und Prozentwert bedeuten</i>	138

<i>Wie man Prozentrechnungs-Textaufgaben löst</i>	140
<i>Prozent-Aufgaben mit dem Dreisatz lösen</i>	141
<i>So löst man Prozent-Aufgaben</i>	
<i>mit dem Multiplikationsverfahren</i>	143
<i>Das Streifendiagramm klärt, was Grundwert, Prozentwert</i>	
<i>und Prozentsatz sind</i>	143
<i>Ein Dreieck hilft, die richtige Formel zu finden</i>	145
<i>Den Prozentwert mit dem</i>	
<i>Multiplikationsverfahren finden</i>	146
<i>Mit dem Multiplikationsverfahren den Grundwert finden</i> . . .	147
<i>Mit Prozenten ein Wachstum beschreiben</i>	150
<i>Beispiel: Wie man den Prozentwert</i>	
<i>einer Zunahme berechnet</i>	151
<i>So rechnet man den Prozentwert einer Abnahme aus</i>	154
<i>Ein anderer Lösungsweg</i>	155
<i>So dreht man einen Wachstumsfaktor um</i>	156
<i>Übersicht: Brüche, Dezimalzahlen und</i>	
<i>Prozente umwandeln</i>	159
<i>Prozente in Dezimalbrüche</i>	159
<i>Dezimalbrüche in Prozente</i>	159
<i>Brüche in Prozente</i>	160
<i>Prozente in Brüche</i>	160
<i>Dezimalzahlen in Brüche</i>	160
<i>Brüche in Dezimalzahlen</i>	160
<i>Zinsrechnung</i>	161
<i>Einfache Verzinsung</i>	161
<i>Verzinsung mit Zinseszinsen</i>	162
 Algebra	165
<i>Nutzen der Algebra</i>	167
<i>Algebra ist verständlicher als Worte</i>	167
<i>Erster Nutzen der Algebra:</i>	
<i>Probleme durch »Finden von x« lösen</i>	168
<i>Zweiter Nutzen:</i>	
<i>Mithilfe von Funktionen Zusammenhänge verstehen</i>	171

<i>Wie man mit Variablen arbeitet</i>	175
<i>Verwirrt? Setzen Sie Zahlen ein!</i>	176
<i>Ausdrücke vereinfachen</i>	178
<i>Das Multiplikationssymbol verschwindet</i>	178
<i>So fasst man ähnliche Terme</i>	
<i>durch Addieren und Subtrahieren zusammen</i>	180
<i>Wie man mit Termen</i>	
<i>mit unterschiedlichen Vorzeichen umgeht</i>	184
<i>Wie man mit Klammern umgeht</i>	185
<i>Eine Klammer wegmultiplizieren</i>	185
<i>Mehrere Klammern ausmultiplizieren</i>	188
<i>Faktorisieren – wie man Terme einklammert</i>	191
<i>Äquivalente Ausdrücke sehen unterschiedlich aus, besagen aber das Gleiche</i>	195
<i>Ausdrücke mit verschachtelten (eckigen)</i>	
<i>Klammern vereinfachen</i>	197
<i>Ausdrücke durch Teilen vereinfachen</i>	198
<i>Bruchterme durch Einklammern (Faktorisieren) kürzen</i>	200
<i>x bestimmen – wie man Aufgaben mit Algebra löst</i>	203
<i>Was bedeutet das Gleichheitszeichen eigentlich?</i>	204
<i>Das Gleichheitszeichen ist eine Waage</i>	204
<i>So geht's: Lösen von Gleichungen</i>	
<i>(Äquivalenzumformung)</i>	206
<i>Drei Ausgänge sind möglich</i>	206
<i>Brüche aus Gleichungen beseitigen</i>	210
<i>Wie man eine Gleichung aufstellt</i>	211
<i>Diesen Fehler macht jeder – selbst Mathematiker</i>	212
<i>Lineare Gleichungssysteme (LGS)</i>	215
<i>Wie man LGS durch Zeichnen löst</i>	219
<i>So löst man LGS mit dem Additionsverfahren</i>	221
<i>Was sind Funktionen?</i>	225
<i>Funktionen stellen Zusammenhänge dar</i>	227
<i>Einer Funktion einen Namen geben</i>	228
<i>Graphen zeigen den wahren Nutzen von Funktionen</i>	229
<i>Was ist das Besondere an linearen Funktionen?</i>	231

<i>Was sind proportionale Funktionen?</i>	232
<i>Die Steigung eines Graphen mit Dreiecken ermitteln</i>	234
<i>Von der proportionalen Funktion</i>	
<i>zu allgemeinen linearen Funktionen</i>	239
<i>Alle linearen Funktionen lassen sich</i>	
<i>in die Normalform verwandeln</i>	240
<i>Wie man aus einem Graphen</i>	
<i>die Funktionsgleichung abliest</i>	242
<i>Quadratische Ausdrücke</i>	245
<i>Was ist das – und wozu ist es gut?</i>	245
<i>Wie Galilei die Gesetzmäßigkeiten</i>	
<i>der Schwerkraft entdeckte</i>	247
<i>Was ist eine quadratische Funktion – und was nicht?</i>	248
<i>Was ist eine Parabel?</i>	250
<i>Wie man Parabeln streckt, staucht und spiegelt</i>	253
<i>Verschiebung nach oben oder unten</i>	253
<i>Verschiebung nach links oder rechts</i>	254
<i>Streckung oder Stauchung</i>	255
<i>Spiegeln an der x-Achse</i>	256
<i>So liest man aus einer Gleichung den Scheitelpunkt ab</i>	258
<i>Wie man mit Gleichungen und Parabeln</i>	
<i>die Wirklichkeit nachstellen kann</i>	259
<i>Lösen quadratischer Gleichungen</i>	262
<i>Wozu quadratische Gleichungen lösen?</i>	262
<i>Warum macht die kleine 2 alles so viel komplizierter?</i>	264
<i>Quadratische Gleichungen durch Zeichnen lösen</i>	266
<i>Wie man quadratische Gleichungen rechnerisch löst</i>	267
<i>Satz des Vieta – die Produktform zeigt die Lösung sofort</i>	269
<i>So faktorisiert man quadratische Ausdrücke</i>	
<i>durch »gezieltes Probieren«</i>	270
<i>Wozu sind die binomischen Formeln gut –</i>	
<i>und wozu nicht?</i>	276
<i>Binomische Formeln – so kommen sie zustande</i>	279
<i>Die quadratische Ergänzung</i>	281
<i>Von der Scheitelpunktsform zur Lösung</i>	284

<i>Die PQ-Formel</i>	289
<i>Die Herleitung der PQ-Formel</i>	293
Geometrie	297
<i>Die Lehre von Linien und Körpern</i>	299
<i>Was ist ein Punkt?</i>	300
<i>Und was ist eine Linie?</i>	301
<i>Wie Winkel entstehen</i>	302
<i>So bezeichnet man Winkel korrekt</i>	303
<i>Scheitelwinkel sind immer gleich groß</i>	305
<i>Stufen- und Wechselwinkel</i>	306
<i>So konstruiert man einen rechten Winkel</i>	308
<i>Transformationen – wie man Formen verändert</i>	310
<i>So spiegelt man an einer Achse</i>	310
<i>Figuren verschieben</i>	312
<i>Wie man eine Form dreht</i>	312
<i>So findet man das Zentrum einer Rotation</i>	314
<i>Eine Figur in einem Punkt spiegeln</i>	316
<i>Warum Dreiecke besondere Formen sind</i>	317
<i>Alle Winkel im Dreieck ergeben zusammen 180°</i>	317
<i>Flächeninhalte von Dreiecken berechnen</i>	318
<i>Wie man Dreiecke benutzt,</i> <i>um die Winkelsummen in Vielecken zu bestimmen</i>	319
<i>Wann sind Dreiecke deckungsgleich?</i>	321
<i>Die verblüffende Zahl Pi</i>	323
<i>Der Satz des Pythagoras</i>	326
<i>Ein Beweis des Satzes des Pythagoras</i>	330
<i>Die Trigonometrie</i>	334
<i>Was sind Gegenkathete, Ankathete und Hypotenuse?</i>	335
<i>Die drei Formeln zu Sinus, Cosinus und Tangens</i>	336
<i>Beispiele für Sinus, Cosinus und Tangens</i>	337
<i>Wie kann man sich Sinus, Cosinus und Tangens merken?</i> ..	339
<i>So benutzt man den Taschenrechner richtig</i>	340

Stochastik	345
Statistik	348
<i>Warum der Mittelwert vieles verschweigt</i>	349
<i>Spannweite, Minimum und Maximum</i>	350
<i>Mittendrin – der Median</i>	351
<i>Der Häufigste – der Modalwert (Modus)</i>	352
<i>Die Quartile</i>	353
<i>Mit dem Boxplot lassen sich Daten schnell und verständlich darstellen</i>	355
<i>Kreisdiagramme verdeutlichen Verhältnisse</i>	356
<i>Säulendiagramme vergleichen Datensätze</i>	357
<i>Liniendiagramme zeigen eine Entwicklung</i>	358
<i>Histogramme stellen eine Häufigkeitsverteilung dar</i>	358
<i>Streudiagramme zeigen Zusammenhänge</i>	359
Wahrscheinlichkeitsrechnung – was ist das eigentlich?	361
<i>Warum Wahrscheinlichkeiten oft falsch verstanden werden</i>	362
<i>Wie man über Wahrscheinlichkeiten spricht</i>	363
<i>Was ist der Erfahrungswert?</i>	365
<i>Bei Laplace-Experimenten sind alle Ausgänge gleich wahrscheinlich</i>	366
<i>So kombiniert man Wahrscheinlichkeiten</i>	368
<i>Die entscheidende Frage: Wie viele Möglichkeiten gibt es?</i>	369
<i>Bedingte Wahrscheinlichkeiten – wenn Ereignisse Folgen haben</i>	371
<i>Abhängige Ereignisse können auch gleichzeitig auftreten</i>	372
<i>Die Vierfeldertafel schafft Übersicht bei abhängigen Wahrscheinlichkeiten</i>	373
<i>Die Formel für bedingte Wahrscheinlichkeiten</i>	375
<i>Bedingte Wahrscheinlichkeiten haben Risiken und Nebenwirkungen</i>	376
<i>Von einem Merkmal auf andere schließen</i>	378
<i>Wie bedingte Wahrscheinlichkeiten verwirren können</i>	379
Lösungen	382
Schlagwortverzeichnis	393