

# Inhalt

Warum ein Schulschwänzer noch ein Mathebuch schreibt .....	13
Welche Hilfe wollen Teenager? .....	15
Die entscheidende Frage: »Was bringt mir das?« .....	19
<b>Zahlen und Maße .....</b>	<b>23</b>
Schriftliche Rechenverfahren .....	25
<i>Deshalb machen Kinder beim schriftlichen Rechnen     so viele Fehler .....</i>	<i>25</i>
Schriftliches Addieren – so funktioniert es .....	27
Schriftliches Subtrahieren .....	32
<i>So funktionieren Abzieh- und Ergänzungsverfahren .....</i>	<i>34</i>
<i>Das Abziehverfahren verständlich erklärt .....</i>	<i>34</i>
<i>Das Ergänzungsverfahren .....</i>	<i>38</i>
<i>Das Ergänzungsverfahren verständlich erklärt .....</i>	<i>39</i>
Das schriftliche Multiplizieren .....	44
<i>So geht das schriftliche Malnehmen .....</i>	<i>45</i>
<i>Mit diesem Trick vergessen Kinder die Überträge nie .....</i>	<i>48</i>
<i>So multipliziert man schriftlich mit mehrstelligen Zahlen ....</i>	<i>49</i>
Schriftliches Dividieren – braucht man das noch? .....	52
<i>So geht das schriftliche Dividieren .....</i>	<i>53</i>
<i>Wie man mit zweistelligem Divisor teilt .....</i>	<i>58</i>
Umrechnen von Maßeinheiten .....	60
<i>Flächenmaße umrechnen .....</i>	<i>62</i>
<i>Einheiten des Volumens umrechnen .....</i>	<i>62</i>
<i>Einheiten der Zeit umrechnen .....</i>	<i>63</i>
Flächeninhalt feststellen .....	64
<i>Es gibt kein starres Verhältnis zwischen     Umfang und Flächeninhalt .....</i>	<i>65</i>
<i>Volumen berechnen .....</i>	<i>66</i>
<i>Umrechnen der Einheiten .....</i>	<i>67</i>

<i>Der Zusammenhang von Oberfläche und Volumen</i> .....	67
Teilbarkeit erkennen .....	69
<i>Die Teilbarkeitsregeln effektiv anwenden</i> .....	70
<i>Wie man die Regeln kombiniert</i> .....	71
Warum es nützlich ist,	
<i>die wichtigsten Primzahlen zu kennen</i> .....	72
<i>Primfaktorzerlegung</i> .....	72
<i>Wie man die gemeinsamen Teiler findet</i> .....	74
<i>Den größten gemeinsamen Teiler</i>	
<i>mit der Primfaktorzerlegung bestimmen</i> .....	74
<i>Mit diesem Trick gelingt die Suche nach dem ggT spielend</i> ....	75
<i>Kleinstes gemeinsames Vielfaches</i> .....	76
<i>So findet man das kgV mit der Primfaktorzerlegung</i> .....	77
<i>Wir haben das kgV – wie bringt man damit</i>	
<i>Brüche auf einen Nenner?</i> .....	78
Potenzen und Wurzeln .....	79
<i>Wozu sind Potenzen gut?</i> .....	79
<i>Wie man Potenzen multipliziert</i> ... ..	80
<i>... und wie man sie dividiert</i> .....	81
<i>Warum eine Zahl mit einer Null im Exponenten</i>	
<i>Eins entspricht</i> .....	81
<i>Negative Potenzen können sehr kleine Zahlen darstellen</i> ....	82
<i>Rechnen in der Normdarstellung</i> .....	83
<i>Was sind Wurzeln?</i> .....	85
<i>Wozu braucht man Wurzeln?</i> .....	86
<i>So zieht man die Wurzel – ohne Taschenrechner</i> .....	86
<i>Warum unter dem Wurzelzeichen kein Minus stehen darf</i> ....	87
 Brüche, Dezimalzahlen und Prozente .....	 89
Brüche .....	92
<i>Jeder Bruch ist eine Teilungsaufgabe</i> .....	92
<i>Papierpizzen stellen äquivalente Brüche perfekt dar</i> .....	94
<i>Was <b>genau</b> ist bei einem Bruch der Teil –</i>	
<i>und was das Ganze?</i> .....	95
<i>Unechte in gemischte Brüche verwandeln – und andersrum</i> ...	97

<i>Einfache Brüche mit der »Würstchen-Methode«</i>	
<i>vergleichen</i> .....	101
<i>Checkliste: So vergleicht man Brüche schmerzfrei</i> .....	102
<i>Brüche durch Erweitern vergleichen –</i>	
<i>die »Schokoladentafel-Methode«</i> .....	103
<i>Brüche mit gleichem Nenner addieren und subtrahieren</i> ....	106
<i>So addiert und subtrahiert man Brüche</i>	
<i>mit unterschiedlichem Nenner</i> .....	106
<i>Zwei Methoden zum Erweitern von Brüchen</i> .....	108
<i>Was bedeutet das Multiplizieren von Brüchen eigentlich?</i> ....	109
<i>Wie man gemischte Brüche malnimmt</i> .....	111
<i>So teilt man durch einen Bruch</i> .....	111
<i>Ein Missverständnis bezüglich der Bruchrechnung</i> .....	113
<i>Dezimalzahlen</i> .....	116
<i>Dezimalzahlen sind auch nur Brüche</i> .....	117
<i>Wenn beim Dividieren Kommazahlen entstehen</i> .....	118
<i>Periodische Zahlen sind die Schwachstelle</i>	
<i>der Dezimalbrüche</i> .....	119
<i>Wie man Dezimalzahlen malnimmt</i> .....	120
<i>So teilt man Kommazahlen</i> .....	122
<i>Brüche in Dezimalzahlen verwandeln</i> ...	123
<i>... und Dezimalzahlen wieder in Brüche verwandeln</i> .....	124
<i>Aus periodischen Dezimalzahlen Brüche machen</i> .....	125
<i>Gemischtperiodische Kommazahlen</i>	
<i>in Brüche verwandeln</i> .....	127
<i>Dreisatz</i> .....	128
<i>»Je mehr, desto mehr« oder »je mehr, desto weniger«?</i> .....	129
<i>So löst man einen Dreisatz bei proportionaler Zuordnung</i> ...	129
<i>Den Dreisatz bei antiproportionaler Zuordnung nutzen</i> ....	131
<i>Prozente</i> .....	134
<i>Prozente sind zum Vergleichen da</i> .....	135
<i>Man muss wissen, welcher Anteil <b>von was</b> gesucht ist</i> .....	135
<i>So berechnet man einen Prozentsatz mit Bruchrechnung</i> ....	136
<i>Wie man einen Prozentsatz durch Teilen ausrechnet</i> .....	137
<i>Was Grundwert, Prozentsatz und Prozentwert bedeuten</i> ....	138

<i>Wie man Prozentrechnungs-Textaufgaben löst</i> .....	140
<i>Prozent-Aufgaben mit dem Dreisatz lösen</i> .....	141
<i>So löst man Prozent-Aufgaben</i>	
<i>mit dem Multiplikationsverfahren</i> .....	143
<i>Das Streifendiagramm klärt, was Grundwert, Prozentwert</i>	
<i>und Prozentsatz sind</i> .....	143
<i>Ein Dreieck hilft, die richtige Formel zu finden</i> .....	145
<i>Den Prozentwert mit dem</i>	
<i>Multiplikationsverfahren finden</i> .....	146
<i>Mit dem Multiplikationsverfahren den Grundwert finden</i> ...	147
<i>Mit Prozenten ein Wachstum beschreiben</i> .....	150
<i>Beispiel: Wie man den Prozentwert</i>	
<i>einer Zunahme berechnet</i> .....	151
<i>So rechnet man den Prozentwert einer Abnahme aus</i> .....	154
<i>Ein anderer Lösungsweg</i> .....	155
<i>So dreht man einen Wachstumsfaktor um</i> .....	156
<b>Übersicht: Brüche, Dezimalzahlen und</b>	
<i>Prozente umwandeln</i> .....	159
<i>Prozente in Dezimalbrüche</i> .....	159
<i>Dezimalbrüche in Prozente</i> .....	159
<i>Brüche in Prozente</i> .....	160
<i>Prozente in Brüche</i> .....	160
<i>Dezimalzahlen in Brüche</i> .....	160
<i>Brüche in Dezimalzahlen</i> .....	160
<b>Zinsrechnung</b> .....	161
<i>Einfache Verzinsung</i> .....	161
<i>Verzinsung mit Zinseszinsen</i> .....	162
<b>Algebra</b> .....	165
<b>Nutzen der Algebra</b> .....	167
<i>Algebra ist verständlicher als Worte</i> .....	167
<i>Erster Nutzen der Algebra:</i>	
<i>Probleme durch »Finden von <math>x</math>« lösen</i> .....	168
<i>Zweiter Nutzen:</i>	
<i>Mithilfe von Funktionen Zusammenhänge verstehen</i> .....	171

<i>Wie man mit Variablen arbeitet</i> . . . . .	175
<i>Verwirrt? Setzen Sie Zahlen ein!</i> . . . . .	176
Ausdrücke vereinfachen . . . . .	178
<i>Das Multiplikationssymbol verschwindet</i> . . . . .	178
<i>So fasst man ähnliche Terme</i>	
<i>durch Addieren und Subtrahieren zusammen</i> . . . . .	180
<i>Wie man mit Termen</i>	
<i>mit unterschiedlichen Vorzeichen umgeht</i> . . . . .	184
<i>Wie man mit Klammern umgeht</i> . . . . .	185
<i>Eine Klammer wegmultiplizieren</i> . . . . .	185
<i>Mehrere Klammern ausmultiplizieren</i> . . . . .	188
<i>Faktorisieren – wie man Terme einklammert</i> . . . . .	191
<i>Äquivalente Ausdrücke sehen unterschiedlich aus,</i>	
<i>besagen aber das Gleiche</i> . . . . .	195
<i>Ausdrücke mit verschachtelten (eckigen)</i>	
<i>Klammern vereinfachen</i> . . . . .	197
<i>Ausdrücke durch Teilen vereinfachen</i> . . . . .	198
<i>Bruchterme durch Einklammern (Faktorisieren) kürzen</i> . . . .	200
x bestimmen – wie man Aufgaben mit Algebra löst . . . . .	203
<i>Was bedeutet das Gleichheitszeichen eigentlich?</i> . . . . .	204
<i>Das Gleichheitszeichen ist eine Waage</i> . . . . .	204
<i>So geht's: Lösen von Gleichungen</i>	
<i>(Äquivalenzumformung)</i> . . . . .	206
<i>Drei Ausgänge sind möglich</i> . . . . .	206
<i>Brüche aus Gleichungen beseitigen</i> . . . . .	210
<i>Wie man eine Gleichung aufstellt</i> . . . . .	211
<i>Diesen Fehler macht jeder – selbst Mathematiker</i> . . . . .	212
Lineare Gleichungssysteme (LGS) . . . . .	215
<i>Wie man LGS durch Zeichnen löst</i> . . . . .	219
<i>So löst man LGS mit dem Additionsverfahren</i> . . . . .	221
Was sind Funktionen? . . . . .	225
<i>Funktionen stellen Zusammenhänge dar</i> . . . . .	227
<i>Einer Funktion einen Namen geben</i> . . . . .	228
<i>Graphen zeigen den wahren Nutzen von Funktionen</i> . . . . .	229
<i>Was ist das Besondere an linearen Funktionen?</i> . . . . .	231

<i>Was sind proportionale Funktionen?</i> .....	232
<i>Die Steigung eines Graphen mit Dreiecken ermitteln</i> .....	234
<i>Von der proportionalen Funktion</i>	
<i>zu allgemeinen linearen Funktionen</i> .....	239
<i>Alle linearen Funktionen lassen sich</i>	
<i>in die Normalform verwandeln</i> .....	240
<i>Wie man aus einem Graphen</i>	
<i>die Funktionsgleichung abliest</i> .....	242
<i>Quadratische Ausdrücke</i> .....	245
<i>Was ist das – und wozu ist es gut?</i> .....	245
<i>Wie Galilei die Gesetzmäßigkeiten</i>	
<i>der Schwerkraft entdeckte</i> .....	247
<i>Was ist eine quadratische Funktion – und was nicht?</i> .....	248
<i>Was ist eine Parabel?</i> .....	250
<i>Wie man Parabeln streckt, staucht und spiegelt</i> .....	253
<i>Verschiebung nach oben oder unten</i> .....	253
<i>Verschiebung nach links oder rechts</i> .....	254
<i>Streckung oder Stauchung</i> .....	255
<i>Spiegeln an der x-Achse</i> .....	256
<i>So liest man aus einer Gleichung den Scheitelpunkt ab</i> .....	258
<i>Wie man mit Gleichungen und Parabeln</i>	
<i>die Wirklichkeit nachstellen kann</i> .....	259
<i>Lösen quadratischer Gleichungen</i> .....	262
<i>Wozu quadratische Gleichungen lösen?</i> .....	262
<i>Warum macht die kleine 2 alles so viel komplizierter?</i> .....	264
<i>Quadratische Gleichungen durch Zeichnen lösen</i> .....	266
<i>Wie man quadratische Gleichungen rechnerisch löst</i> .....	267
<i>Satz des Vieta – die Produktform zeigt die Lösung sofort</i> ....	269
<i>So faktorisiert man quadratische Ausdrücke</i>	
<i>durch »gezieltes Probieren«</i> .....	270
<i>Wozu sind die binomischen Formeln gut –</i>	
<i>und wozu nicht?</i> .....	276
<i>Binomische Formeln – so kommen sie zustande</i> .....	279
<i>Die quadratische Ergänzung</i> .....	281
<i>Von der Scheitelpunktform zur Lösung</i> .....	284

<i>Die PQ-Formel</i> .....	289
<i>Die Herleitung der PQ-Formel</i> .....	293
<b>Geometrie</b> .....	297
Die Lehre von Linien und Körpern .....	299
<i>Was ist ein Punkt?</i> .....	300
<i>Und was ist eine Linie?</i> .....	301
<i>Wie Winkel entstehen</i> .....	302
<i>So bezeichnet man Winkel korrekt</i> .....	303
<i>Scheitelwinkel sind immer gleich groß</i> .....	305
<i>Stufen- und Wechselwinkel</i> .....	306
<i>So konstruiert man einen rechten Winkel</i> .....	308
Transformationen – wie man Formen verändert .....	310
<i>So spiegelt man an einer Achse</i> .....	310
<i>Figuren verschieben</i> .....	312
<i>Wie man eine Form dreht</i> .....	312
<i>So findet man das Zentrum einer Rotation</i> .....	314
<i>Eine Figur in einem Punkt spiegeln</i> .....	316
Warum Dreiecke besondere Formen sind .....	317
<i>Alle Winkel im Dreieck ergeben zusammen <math>180^\circ</math></i> .....	317
<i>Flächeninhalte von Dreiecken berechnen</i> .....	318
<i>Wie man Dreiecke benutzt,</i> <i>um die Winkelsummen in Vielecken zu bestimmen</i> .....	319
<i>Wann sind Dreiecke deckungsgleich?</i> .....	321
Die verblüffende Zahl Pi .....	323
Der Satz des Pythagoras .....	326
<i>Ein Beweis des Satzes des Pythagoras</i> .....	330
Die Trigonometrie .....	334
<i>Was sind Gegenkathete, Ankathete und Hypotenuse?</i> .....	335
<i>Die drei Formeln zu Sinus, Cosinus und Tangens</i> .....	336
<i>Beispiele für Sinus, Cosinus und Tangens</i> .....	337
<i>Wie kann man sich Sinus, Cosinus und Tangens merken?</i> ...	339
<i>So benutzt man den Taschenrechner richtig</i> .....	340

Stochastik .....	345
Statistik .....	348
<i>Warum der Mittelwert vieles verschweigt</i> .....	349
<i>Spannweite, Minimum und Maximum</i> .....	350
<i>Mittendrin – der Median</i> .....	351
<i>Der Häufigste – der Modalwert (Modus)</i> .....	352
<i>Die Quartile</i> .....	353
<i>Mit dem Boxplot lassen sich Daten</i>	
<i>schnell und verständlich darstellen</i> .....	355
<i>Kreisdiagramme verdeutlichen Verhältnisse</i> .....	356
<i>Säulendiagramme vergleichen Datensätze</i> .....	357
<i>Liniendiagramme zeigen eine Entwicklung</i> .....	358
<i>Histogramme stellen eine Häufigkeitsverteilung dar</i> .....	358
<i>Streudiagramme zeigen Zusammenhänge</i> .....	359
Wahrscheinlichkeitsrechnung – was ist das eigentlich? ....	361
<i>Warum Wahrscheinlichkeiten oft falsch verstanden werden</i> ...	362
<i>Wie man über Wahrscheinlichkeiten spricht</i> .....	363
<i>Was ist der Erfahrungswert?</i> .....	365
<i>Bei Laplace-Experimenten sind alle Ausgänge</i>	
<i>gleich wahrscheinlich</i> .....	366
<i>So kombiniert man Wahrscheinlichkeiten</i> .....	368
<i>Die entscheidende Frage: Wie viele Möglichkeiten gibt es?</i> ...	369
<i>Bedingte Wahrscheinlichkeiten –</i>	
<i>wenn Ereignisse Folgen haben</i> .....	371
<i>Abhängige Ereignisse können auch gleichzeitig auftreten</i> ....	372
<i>Die Vierfeldertafel schafft Übersicht</i>	
<i>bei abhängigen Wahrscheinlichkeiten</i> .....	373
<i>Die Formel für bedingte Wahrscheinlichkeiten</i> .....	375
<i>Bedingte Wahrscheinlichkeiten haben</i>	
<i>Risiken und Nebenwirkungen</i> .....	376
<i>Von einem Merkmal auf andere schließen</i> .....	378
<i>Wie bedingte Wahrscheinlichkeiten verwirren können</i> .....	379
Lösungen .....	382
Schlagwortverzeichnis .....	393